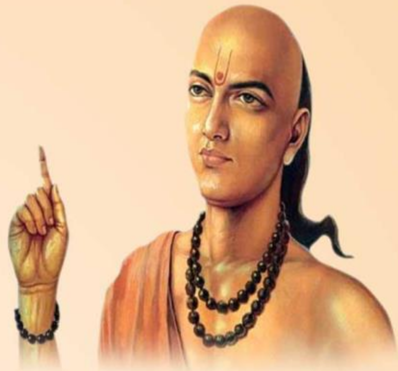
आज़ादी का
अमृत महोत्सव



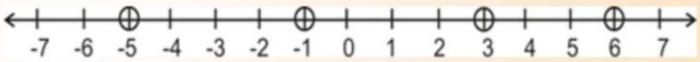
गणित पाठ्यपुस्तक

(वैदिक गणित एवं संस्कृत ज्ञान प्रणाली की गणितीय संकल्पनाओं के साथ)

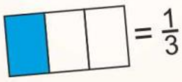
वेद-भूषण - I वर्ष / प्रथमा - I वर्ष / कक्षा छटीं

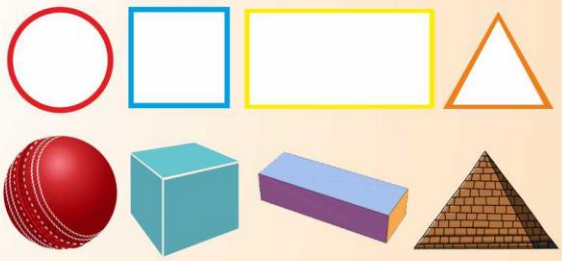
महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड

(शिक्षा मन्त्रालय भारत सरकार द्वारा स्थापित एवं मान्यता प्राप्त)



शतं सहस्रमयुतं न्यर्बुदमसंख्येयं स्वमस्मिन् निविष्टम् ।
तदस्य घ्नन्त्यभिपश्यत एव तस्माद् देवो रोचत एष एतत् ॥
यवोदरैरङ्गुलमष्टसंख्यैर्हस्तोऽङ्गुलैः षड्गुणितैश्चतुर्भिः ।
हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दण्डः कोशः सहस्रद्वितयेन तेषाम् ॥
शताय स्वाहा सहस्राय स्वाहायुताय स्वाहा नियुताय
स्वाहा प्रयुताय स्वाहार्बुदाय स्वाहा न्यर्बुदाय स्वाहा
समुद्राय स्वाहा मध्याय स्वाहान्ताय स्वाहा परार्धाय
स्वाहोषसे स्वाहा व्युष्ट्यै स्वाहोदेष्यते स्वाहोद्यते
स्वाहोदिताय स्वाहा सुवर्गाय स्वाहा लोकाय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा।
धनयोर्धनमृणमृणयोर्धनर्णयोरन्तरं समैक्यं खम्।
ऋणमैक्यं च धनमृणधनशून्ययोः शून्ययोः शून्यम्॥
सप्तास्यासन् परिधयस्त्रिः सप्त समिधः कृताः।
देवा यद्यज्ञं तन्वाना अबध्नन् पुरुषं पशुम्॥
समश्रुतौ तुल्यचतुर्भुजे च तथायते तद्भुजकोटिघातः।





एकाधिकेन पूर्वेण | एकन्यूनेन पूर्वेण | विनुकलम् | अन्त्ययोर्दशकेऽपि

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

Phone : (0734) 2502266, 2502254, E-mail : msrvvpujn@gmail.com, website - www.msrvvp.ac.in

गणित पाठ्यपुस्तक

वेद-भूषण - I वर्ष / प्रथमा - I वर्ष / कक्षा छटीं

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड

(शिक्षा मन्त्रालय भारत सरकार द्वारा स्थापित एवं मान्यता प्राप्त)

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

वेदविद्या मार्ग, चिन्तामण, पो. ऑ. जवासिया, उज्जैन - 456006 (म.प्र.)

Phone : (0734) 2502266, 2502254, E-mail : msrvvpujn@gmail.com, website - www.msrvvp.ac.in

लेखकगण : ....

आवरण एवं सज्जा : ....

चित्राङ्कन : ....

तकनीकी सहयोग : ....

अक्षरविन्यास : ....

ISBN : ....

मूल्य : ....

संस्करण : ....

प्रकाशित प्रति : ....

पेपर उपयोगः : आर.सी.टी.बी. वाटरमार्क 80 जी.एस.एम. पेपर पर मुद्रित

प्रकाशक : महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रिय वेदविद्या प्रतिष्ठान

(शिक्षामन्त्रालय भारत सरकार की स्वायत्तशासी संस्था)

वेदविद्या मार्ग, चिन्तामण, पो. ऑ. जवासिया, उज्जैन - 456006 (म.प्र.)

email : msrvvpujn@gmail.com,

Web : msrvvp.ac.in

दूरभाषा (0734) 2502255, 2502254

भूमिका

भारतवर्ष में गणित की समृद्ध परम्परा रही है । इतिहास के अत्यन्त प्राचीन काल से ही भारतीय मनीषियों एवं गणितज्ञों ने इस क्षेत्र में श्रेष्ठ कार्य किया है । वैदिक काल के आरम्भ से ही गणित विद्या को सर्वोच्च स्थान दिया गया है। उदाहरणार्थ, याजुषज्यौतिषम् का सुस्पष्ट कथन है :

यथा शिखा मयूराणां नागानां मणयो यथा ।

तद्वत् वेदाङ्गशास्त्राणां गणितं मूर्द्धनि स्थितम् ॥

(याजुषज्यौतिषम् , 4)

अर्थात् , जिस प्रकार मोरों में शिखा और नागों में मणि का स्थान सबसे ऊपर है, उसी प्रकार सभी वेदाङ्गशास्त्रों मे गणित का स्थान सबसे ऊपर है।

पुरातन ज्ञान का उपयोग एवं प्राचीन उपलब्धियों के तारतम्य से आधुनिक गणित को उन्नत बनाने के उद्देश्य से इस पाठ्यपुस्तक में वैदिक गणित के साथ संस्कृत ज्ञान प्रणाली में उपलब्ध गणितीय सङ्कल्पनाओं का समावेश किया गया है । वैदिक गणित के द्वारा गणनाओं को सरल करने का प्रयास किया गया है।

वर्तमान वैश्विक परिदृश्य में बदलते परिवेश के साथ गणित शिक्षण का सामञ्जस्य बनाकर पूरे भारतवर्ष के वैदिक विद्यार्थियों को गणित विषय में अधिगम स्तर की दक्षता प्रदान करने के लिए राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 में निहित - चर्चा, विश्लेषण, उदाहरण एवं अनुप्रयोग जैसे मुख्य सिद्धान्तों की दृष्टि को ध्यान में रखते हुए वैदिक विद्यार्थियों के अनुरूप पाठ्यक्रम एवं पाठ्य पुस्तकों का निर्माण किया गया है।

पाठ्यपुस्तक की भाषा बहुत ही सरल और सहज है जिससे विद्यार्थियों को समझने में सुगमता होगी। वेदभूषण प्रथम (छठी समकक्ष) वर्ष की यह पाठ्यपुस्तक प्राय: पूरे भारतवर्ष के कक्षा-6 गणित पाठ्यपुस्तक के समकक्ष है। पाठ्यपुस्तक में कई पाठ्य बिन्दुओं को संस्कृत ज्ञान प्रणाली के वैदिक प्रमाणों के साथ-साथ ब्राह्मस्फुट सिद्धान्त ,शुल्बसूत्र, आर्यभट्टीयम् ,लीलावती एवं बीजगणितम् आदि ग्रन्थों के सन्दर्भों को भी सम्मिलित किया गया है जिससे वैदिक विद्यार्थी आधुनिक गणित के साथ प्राचीन गणितीय सङ्कल्पनाओं को भी समझने में सक्षम होंगे एवं अपनी भारतीय परम्परा की गरिमा का अनुभव कर सकेंगे। पाठ्यपुस्तक में कुल 11 अध्यायों की रचनाएँ वेद विद्यालयों के वेद भूषण प्रथम वर्ष पाठ्यक्रम के आवश्यकता के अनुसार की गई है। अध्याय 1 में संख्याओं की समझ के अन्तर्गत संख्याओं के प्रकार, संख्याङ्कन पद्धति, इकाइयों की समझ का वर्णन किया गया है। अध्याय 2 संख्याओं के साथ खेल

में आरोही एवं अवरोही क्रम, परवर्ती एवं परवर्ती संख्या, विभाज्यता के नियम, गुणज, गुणनखण्ड, लघुत्तम समापवर्त्त्य, महत्तम समापवर्तक ज्ञात करना सीखेंगे। अध्याय 3 में पूर्णांक संख्या को विस्तार से दर्शाया गया है। अध्याय 4 में वैदिक गणित के अन्तर्गत एकाधिकेन एवं एकन्यूनेन सूत्र से योग, अन्तर तथा अन्त्योर्दशकेऽपि सूत्र से गुणन के साथ-साथ विनकुलम के प्रयोग से पहाड़े लिखना इत्यादि को विस्तार से बताये गये हैं। अध्याय 5 में भिन्न तथा अध्याय 6 में दशमलव संख्या को विस्तार से प्रस्तुत किया गया है।अध्याय 7 आधारभूत ज्यामिति की सङ्कल्पना के अन्तर्गत विभिन्न प्रकार की रेखाओं का वर्णन प्रस्तुत करता हैं। अध्याय 8 में सरल द्विविमीय आकृति के अन्तर्गत समतल, सपाट आकृतियों के साथ त्रिभुज के वर्गीकरण को विस्तार से वर्णन किया गया है। अध्याय 9 में त्रिविमीय आकृति के अन्तर्गत ठोस ज्यामितीय आकार को प्रस्तुत किया गया है। अध्याय 10 में वर्ग एवं आयताकार आकृति का परिमाप एवं क्षेत्रफल को ज्ञात करना सीखेंगे। अध्याय 11 अनुपात एवं समानुपात का वर्णन प्रस्तुत है।

पाठ्यपुस्तक में वैदिक विद्यार्थियों की गणित की समझ को विकसित करने के साथ-साथ तथ्यों की पुनः खोज करने की दक्षता का विकास करने के लिए विभिन्न गतिविधियाँ दी गई हैं। जिन्हें **'करो और सीखो'** का नाम दिया गया है, साथ ही विद्यार्थियों के अवबोधन एवं परिपक्वता के स्तर को बढ़ाने के लिए प्रत्येक अध्याय के अन्त में महत्त्वपूर्ण सङ्कल्पनाओं एवं परिणामों को " **हमने सीखा** " के रूप में स्थान दिया गया है ।

भारत की समृद्ध परम्पराओं और भारतीय गणितज्ञों द्वारा गणित में किये गए योगदान के प्रति विद्यार्थियों की समझ बनाने के लिए पाठ्यपुस्तक के अन्त में **भारतीय गणितज्ञों का गणित में योगदान** का भी उल्लेख किया गया है।

पाठ्यपुस्तक में उपलब्ध गणितीय सङ्कल्पनाओं को समझकर वैदिक विद्यार्थी प्रतियोगी परीक्षाओं की तैयारी में सक्षम होंगे। उक्त पुस्तक के अध्ययनोपरान्त विद्यार्थी कक्षा छ: की NCERT तथा विषय विशेष से सम्बन्धित पुस्तकों का अध्ययन करें।

लेखक पाठ्यपुस्तक के त्रुटि सुधार हेतु प्रेषित सकारात्मक सुझाव के लिए आपका कृतज्ञ होगा।

प्रस्तावना

(राष्ट्रीय शिक्षा नीति-2020 के आलोक में)

शिक्षा मन्त्रालय (उच्च शिक्षा विभाग), भारत सरकार ने माननीय शिक्षा मन्त्री जी (तत्कालीन मानव संसाधन विकास मन्त्री) की अध्यक्षता में राष्ट्रीय वेद विद्या प्रतिष्ठान की स्थापना दिल्ली में 20 जनवरी, 1987 को सोसायटी पञ्जीकरण अधिनियम, 1860 के तहत की थी। भारत सरकार ने वेदों की श्रुति परम्परा का संरक्षण, संवर्धन, प्रसार और विकास के लिए प्रतिष्ठान की स्थापना का संकल्प संख्या 6-3/85-SKT-IV दिनाङ्क 30-3-1987 को भारत के राजपत्र में अधिसूचित किया था। वेदों के अध्ययन की श्रुति परम्परा (वेद संहिता, पद पाठ से घनपाठ तक, वेदाङ्ग, वेद भाष्य आदि), वेदों का पाठ संरक्षण, वैदिक स्वर तथा वैज्ञानिक आधार पर वेदों की व्याख्या का दायित्व वेद विद्या प्रतिष्ठान को दिया गया था। वर्ष 1993 में राष्ट्रीय वेद विद्या प्रतिष्ठान के कार्यालय को उज्जैन में स्थानान्तरित करने के पश्चात् संगठन का नाम महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद विद्या प्रतिष्ठान कर दिया गया। वर्तमान में यह संगठन मध्यप्रदेश सरकार द्वारा प्रदत्त भूमि- परिसर, महाकाल नगरी, उज्जैन में स्थित है। राष्ट्रीय शिक्षा नीति-1986 के संशोधित नीति-1992 और कार्यप्रणाली (प्रोग्राम ऑफ एक्शन)-1992 में भी वैदिक शिक्षा को बढ़ावा देने के लिए राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान को उत्तरदायित्व दिया गया था। भारत के प्राचीन ज्ञान कोष, मौखिक परम्परा और इस तरह की शिक्षा के लिए पारंपरिक गुरुओं को संयोजित करने पर भी 1992 के कार्यप्रणाली (प्रोग्राम ऑफ एक्शन) में उल्लेखित किया गया था।

राष्ट्र की आकांक्षाओं के अनुरूप, राष्ट्रीय स्तर पर वेद और संस्कृत शिक्षा के लिए एक बोर्ड की स्थापना के पक्ष में राष्ट्रीय सहमति, जनादेश, नीति, विशिष्ट उद्देश्य और कार्यान्वयन रणनीतियों के अनुरूप, भारत सरकार के माननीय शिक्षा मन्त्रीजी की अध्यक्षता में महासभा और शासी परिषद् के समावेश में ''महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड'' की स्थापना 2019 में हुई है। MSRVVP का वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड भी वैदिक शिक्षा का एक भाग है और MSRVVP के उद्देश्यों की पूर्ति के लिए आवश्यक है जैसा कि MoA और नियमों में संकल्पना की गई है। महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड को शिक्षा मन्त्रालय,भारत सरकार तथा भारतीय विश्वविद्यालय संघ,

केन्द्रीय माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसन्धान एवं प्रशिक्षण परिषद्, नई दिल्ली से मान्यता प्राप्त है।

यहाँ यह भी उल्लेखनीय है कि भारत सरकार के शिक्षा मन्त्रालय द्वारा वर्ष 2015 में श्री एन. गोपालस्वामी (पूर्व चुनाव आयुक्त) की अध्यक्षता में गठित ''संस्कृत के विकास के लिए विजन और रोडमैप - दस वर्षीय परिप्रेक्ष्य योजना'' की रिपोर्ट में अनुशंसा की गई है कि माध्यमिक विद्यालय स्तर तक वेद् संस्कृत शिक्षा के पाठ्यक्रम मानकीकरण, संबद्धता, परीक्षा मान्यता, प्रमाणीकरण के लिए परीक्षा बोर्ड की स्थापना की जाए। समिति का मत था कि प्राथमिक स्तर का वैदिक एवं संस्कृत अध्ययन अभिप्रेरक, सम्प्रेरक एवं आनन्ददायी होना चाहिए। आधुनिक शिक्षा के विषयों को वैदिक और संस्कृत पाठशालाओं में सन्तुलित रूप से सम्मिलित करना भी वांछनीय है। इन पाठशालाओं की पाठ्यक्रम सामग्री को समकालीन समाज की आवश्यकताओं के अनुरूप और प्राचीन ज्ञान का उपयोग करते हुए आधुनिक समस्याओं का समाधान खोजने के लिए प्रारूपित किया जाना चाहिए।

वेद् पाठशालाओं के संबंध में समिति ने यह अनुभव किया कि उन्हें संस्कृत और आधुनिक विषयों की श्रेणीबद्ध सामग्री के परिचय के साथ-साथ वेद् पाठ कौशल संवर्धन और वेद् उच्चारण में मानकीकरण की आवश्यकता है ताकि वेद् छात्र अन्ततः वेद् भाष्य के अध्ययन तक पहुंच सकें और छात्रों को आगे की पढ़ाई के लिए मुख्यधारा में लाया जा सके। उचित स्तर पर वेदों के विकृति पाठ के अध्ययन पर बढ़ावा दिया जाना चाहिए। समिति के सदस्यों ने यह भी चिंता व्यक्त की है कि वैदिक सस्वर पाठ पूरे भारत में समान रूप से नहीं फैला है, इसलिए वैदिक सस्वर पाठ की शैलियों और शिक्षण पद्धति की क्षेत्रीय विविधताओं में हस्तक्षेप किए बिना स्थिति में सुधार के लिए उचित कदम उठाए जा सकते हैं।

यह भी अनुभव किया गया कि वेद् और संस्कृत अविभाज्य हैं और एक दूसरे के पूरक हैं और देश भर में सभी वेद् पाठशालाओं और संस्कृत पाठशालाओं के लिए मान्यता और सम्बद्धता की समस्याएँ समान है, इसलिए दोनों के लिए एक साथ एक बोर्ड का गठन किया जा सकता है। समिति ने यह पाया कि बोर्ड द्वारा आयोजित परीक्षाओं को कानूनी रूप से वैध मान्यता प्राप्त होनी चाहिए, जो शिक्षा की आधुनिक बोर्ड प्रणाली के साथ समानता रखे। समिति ने पाया कि महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद् विद्या प्रतिष्ठान उज्जैन को ''महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद् संस्कृत विद्या परिषद्'' के नाम से परीक्षा

बोर्ड का दर्जा दिया जाये, जिसका मुख्यालय उज्जैन में होगा। परीक्षा बोर्ड होने के अतिरिक्त अब तक जो सभी वेद कार्यक्रम और वेद पर गतिविधियाँ हैं, वे सभी जारी रहेंगे।

वैदिक शिक्षा का प्रचार भारत की गौरवशाली ज्ञान परम्परा का एक व्यापक अध्ययन है और इसमें वैदिक अध्ययन (वेद संहिता, पद पाठ से घनपाठ तक, स्वर का सम्यक् प्रयोग ज्ञान आदि), सस्वर पाठ कौशल, मन्त्र उच्चारण और संस्कृत ज्ञान प्रणाली सामग्री की बहुस्तरीय श्रुति परम्परा सम्मिलित है। प्रतिष्ठान में NEP 2020 अनुरूप 3 + 4 (सात साल तक) के वेद अध्ययन की योजना में पारम्परिक छात्रों को मुख्य धारा में लाने की नीति के परिप्रेक्ष में अन्य विभिन्न आधुनिक विषयों जैसे संस्कृत, अंग्रेजी, मातृभाषा, गणित, सामाजिक विज्ञान, विज्ञान, कम्प्यूटर विज्ञान, दर्शन, योग, वैदिक कृषि आदि पाठ्यक्रम के अनुसार तथा वैदिक शिक्षा पर केन्द्रित नीति निर्धारक निकायों में राष्ट्रीय सहमति, समय की उपलब्धता के आधार पर सभी अध्ययन संयोजित हैं। अध्ययन की यह योजना NEP 2020 के परिप्रेक्ष में भारतीय ज्ञान प्रणाली पर ध्यान केन्द्रित करने वाले पाठ्यक्रम सामग्री में आधुनिक ज्ञान के साथ एवं भारतीय ग्रंथों से तैयार वैदिक ज्ञान के उपयुक्त सामग्री के साथ है।

प्रतिष्ठान के बोर्ड के वेद पाठशालाओं, गुरु शिष्य ईकाइयों और गुरुकुलों में, पाठ्यक्रम मुख्य रूप से सम्पूर्ण सस्वर कण्ठस्थीकरण के साथ संपूर्ण वेद शाखा का अध्ययन तथा संस्कृत, अंग्रेजी, मातृभाषा, गणित, विज्ञान, सामाजिक विज्ञान, कम्प्यूटर विज्ञान, दर्शन, योग, वैदिक कृषि और SUPW जैसे अतिरिक्त सहायक विषयों के साथ है।

यह सर्वविदित तथ्य है कि वेदों की 1131 शाखाएँ या सस्वर पाठ थे, अर्थात् 21 ऋग्वेद में, 101 यजुर्वेद में, 1000 सामवेद में और 9 अथर्ववेद में। समय के साथ, इन शाखाओं की एक बड़ी संख्या विलुप्त हो गई और वर्तमान में केवल 10 शाखाएँ, अर्थात् ऋग्वेद में एक, यजुर्वेद में 4, सामवेद में 3 और अथर्ववेद में 2 सस्वर पाठ के रूप में विद्यमान हैं, जिन पर भारतीय ज्ञान प्रणाली आधारित है, इन 10 शाखाओं के संबंध में भी बहुत कम प्रतिनिधि वेदपाठी पंडित है जो श्रुति परंपरा/पाठ/वेद ज्ञान परंपरा को उसके प्राचीन और पूर्ण रूप में संरक्षित किये हुए हैं। जब तक श्रुति परम्परा के अनुसार वैदिक शिक्षा पर मूलरूप से ध्यान नहीं दिया जाएगा, तब तक यह व्यवस्था मजबूत नहीं हो पायेगी। वैदिक श्रुति परम्परा की श्रुति अध्ययनों के पहलुओं को न तो पढ़ाया जाता है और न ही किसी स्कूली शिक्षा के

पाठ्यक्रम में सम्मिलित किया जाता है, और न ही स्कूलों/बोर्डों के पास उन्हें पारम्परिक आधुनिक स्कूल पाठ्यक्रम में सम्मिलित करने और सञ्चालित करने की विशेषज्ञता है।

वैदिक छात्र जो श्रुति परम्परा / वेद का पाठ सीखते हैं, वे दूर-दराज के गाँवों, सीमावर्ती गाँवों आदि में वेद गुरुकुलों में, वेद पाठशालाओं में, वैदिक आश्रमों में हैं, और वेद अध्ययन के लिए उनका समर्पण लगभग 1900 - 2100 घंटे प्रतिवर्ष है। जो अन्य स्कूल बोर्ड की सीखने की प्रणाली के समय से दोगुना है और वैदिक छात्रों को ''गुरु-मुख-उच्चारण अनुच्चारण'' - वेद गुरु के सामने बैठकर शब्दशः उच्चारण सीखना होता है, संपूर्ण वेद, शब्दशः उच्चारण (उदत्त, अनुदत्त, स्वरिता आदि) के साथ कण्ठस्थ करना होता है और स्मृति के बल पर बिना किसी पुस्तक/पोथी को देखे।

ज्ञात हो कि इस प्रकार के वैदिक अध्ययन, वेद मन्त्रपाठ की रीति, गुरु शिष्य की अखण्ड मौखिक परम्परा से प्रचलित क्रम के कारण वेदों के मौखिक प्रसारण को मानवता की अमूर्त सांस्कृतिक विरासत रूप में यूनेस्को-विश्व मौखिक विरासत सूची में मान्यता प्राप्त हुई है। इसलिए, सदियों पुरानी वैदिक शिक्षा (मौखिक परम्परा/सस्वर पाठ/वेद ज्ञान परम्परा) की प्राचीनता और सम्पूर्ण अखण्डता को बनाए रखने के लिए सुयोग्य कार्यनीति की आवश्यकता है। इसलिए, प्रतिष्ठान और इस बोर्ड ने राष्ट्रीय शिक्षा नीति-2020 द्वारा निर्धारित कौशल और व्यावसायिक विषयों के साथ-साथ आधुनिक विषयों जैसे संस्कृत, अंग्रेजी, मातृभाषा, गणित, सामाजिक विज्ञान, विज्ञान, कम्प्यूटर विज्ञान, दर्शन, योग, वैदिक कृषि आदि के साथ विशिष्ट प्रकार के पाठ्यक्रम को अपनाया है।

कोई भी व्यक्ति तब सुखी बन सकता है जब वह परा-विद्या और अपरा-विद्या दोनों का अध्ययन करता है। वेदों में से भौतिक ज्ञान, उनकी सहायक शाखाएँ और भौतिक रुचि के विषय अपरा-विद्या कहलाते थे। सर्वोच्च वास्तविकता का ज्ञान, उपनिषदों की अंतिम खोज, परा-विद्या कहलाती है। वेद और उसके सहायक के रूप में अध्ययन किए जाने वाले विषयों की कुल संख्या 14 है। विद्या की 14 शाखाएँ ये हैं - चार वेद, छह वेदांग, मीमांसा (पूर्व मीमांसा और उत्तर मीमांसा), न्याय, पुराण और धर्मशास्त्र। आयुर्वेद, धनुर्वेद, गन्धर्ववेद और अर्थशास्त्र सहित ये चौदह विद्याएं अठारह हो जाते हैं। सदियों से भारत उपमहाद्वीप में सभी शिक्षा संस्कृत भाषा में ही थी, क्योंकि इस उपमहाद्वीप में लम्बे समय तक संस्कृत बोली जाने वाली भाषा रही। इसलिए वेद भी सुलभता से समझ आते थे।

तक्षशिला के विद्यालयों के संबंध में अठारह शिल्प-या औद्योगिक और तकनीकी कला और शिल्प का उल्लेख किया गया है। छान्देग्य उपनिषत् तथा नीति ग्रन्थों में भी इन का विवरण है। निम्नलिखित 18 कौशल/व्यावसायिक विषय अध्ययन के विषय बताए गए हैं- (1) गायन संगीत (2) वाद्य संगीत (3) नृत्य (4) चित्रकला (5) गणित (6) लेखाशास्त्र (7) इंजीनियरिंग (8) मूर्तिकला (9) प्रजनन (10) वाणिज्य (11) चिकित्सा (12) कृषि (13) परिवहन और कानून (14) प्रशासनिक प्रशिक्षण (15) तीरंदाजी, किला निर्माण और सैन्य कला (16) नये वस्तु या उपज का निर्माण । उपर्युक्त कला और शिल्प में तकनीकी शिक्षा के लिए प्राचीन भारत में एक प्रशिक्षु प्रणाली विकसित की गई थी। विद्या और अविद्या मनुष्य को इस प्रपंच में सन्तुष्ट जीवन व्यतीत करने के लिए समर्थ और परलोक में मुक्ति योग्य सिद्ध करती है ।

दुनिया की सबसे पुरानी सभ्यताओं में सर्व प्रथम भारतीय सभ्यता में शास्त्रों, विज्ञान और प्रौद्योगिकी को सीखने की एक विशाल एवं सुदृढ परम्परा रही है। भारत प्राचीन काल से ही ऋषियों, ज्ञानियों और संतों की भूमि के साथ-साथ विद्वानों और वैज्ञानिकों की भूमि भी रही है। शोध से पता चला है कि भारत सीखने सिखाने (विद्या-आध्यात्मिक ज्ञान और अविद्या- भौतिक ज्ञान) के क्षेत्र में विश्व गुरु तो था ही, सक्रिय रूप से भी सम्पूर्ण प्रपञ्च में योगदान दे रहा था और भारत में आधुनिक विश्वविद्यालयों जैसे सीखने के विशाल केन्द्र स्थापित किए गए थे, जहाँ हजारों शिक्षार्थी आते थे। प्राचीन ऋषियों द्वारा खोजी गई कई विज्ञान और प्रौद्योगिकी तकनीकी, सीखने की पद्धतियाँ, सिद्धान्तों और तकनीकों ने कई पहलुओं पर हमारे विश्व के ज्ञान के मूल सिद्धान्तों को बनाया और प्रबल किया है, खगोल विज्ञान, भौतिकी, रसायन विज्ञान, गणित, चिकित्सा, प्रौद्योगिकी, ध्वन्यात्मकता, व्याकरण आदि पर दुनिया में भारत का योगदान समझा जाता है। प्रत्येक भारतीय बालक, बालिका द्वारा इस महान् देश का गौरवान्वित नागरिक होने के कारण इन विषयों का ज्ञान प्राप्त कर लेना चाहिये। भारत की संसद के प्रवेश द्वार पर उद्धृत ''वसुधैव कुटुम्बकम्'' जैसे भारत के विचार और विभिन्न अवसरों पर संवैधानिक प्राधिकरणों द्वारा उद्धृत कई वेद मंत्र के अर्थ वेदों के अध्ययन से ही ज्ञात होते हैं और उन पर मनन करके ही वास्तविक प्रेरणा प्राप्त की जा सकती है। वेदों और पूरे वैदिक साहित्य में "सत, चित, आनंद" के रूप में सभी प्राणियों की अन्तर्निहित समानता पर जोर दिया गया है।

यह भी उल्लेख किया गया है कि वेद वैज्ञानिक ज्ञान के स्रोत हैं और हमें आधुनिक समस्याओं के समाधान के लिए वेदों और भारतीय शास्त्रों के स्रोतों की ओर पुनः निष्ठा से देखना होगा। जब तक छात्रों को वेदों का पाठ, शुद्ध वैदिक ज्ञान सामग्री और वैदिक दर्शन को आध्यात्मिक ज्ञान और वैज्ञानिक ज्ञान के रूप में नहीं पढ़ाया जाता है, तब तक आधुनिक भारत की आकांक्षा को पूरा करने के लिए वेदों के सन्देश का प्रसार पूर्ण रूप से सम्भव नहीं है।

वेद की शिक्षा (वैदिक मौखिक एवं श्रुति परंपरा/वेद पाठ/वेद ज्ञान परम्परा) धार्मिक शिक्षा नहीं है। यह कहना अनुचित होगा कि वेदों का अध्ययन केवल धार्मिक निर्देश है। वेद केवल धार्मिक ग्रन्थ नहीं हैं और इनमें केवल धार्मिक सिद्धान्त ही नहीं हैं, बल्कि वेद शुद्ध ज्ञान के कोष हैं। इसलिए, वेदों में निर्देश या शिक्षा को केवल "धार्मिक शिक्षा/धार्मिक निर्देश" के रूप में नहीं माना जा सकता है।

2004 की सिविल अपील संख्या 6736 में माननीय सर्वोच्च न्यायालय (AIR 2013: 15 SCC 677); (निर्णय की दिनाङ्क- 3 जुलाई 2013), जैसा कि माननीय सर्वोच्च न्यायालय के निर्णय में यह स्पष्ट है कि वेद केवल धार्मिक ग्रन्थ नहीं हैं। वेदों में गणित, खगोल विज्ञान, मौसम विज्ञान, रसायन विज्ञान, हाइड्रोलिक्स, भौतिक विज्ञान और प्रौद्योगिकी, कृषि, दर्शन, योग, शिक्षा, काव्यशास्त्र, व्याकरण, भाषा विज्ञान आदि के विषय सम्मिलित हैं, जिन्हें माननीय भारतीय सर्वोच्च न्यायालय द्वारा प्रकाशित किया गया है।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति-2020 के अनुपालन में प्रतिष्ठान एवं बोर्ड के माध्यम से वैदिक शिक्षा -

राष्ट्रीय शिक्षा नीति-2020 में भारतीय ज्ञान प्रणाली 'संस्कृत ज्ञान प्रणाली' के रूप में भी जाना जाता है, उनके महत्त्व और पाठ्यक्रम में उनका समावेश और विविध विषयों के संयोजन में लचीले दृष्टिकोण को मजबूती से पहचान दिया गया है। कला एवं मानविकी के छात्र भी विज्ञान सीखेंगे, प्रयास करना होगा कि सभी व्यावसायिक विषय और व्यवहारिक कौशलों (सॉफ्ट स्किल्स) को प्राप्त करें। कला, विज्ञान और अन्य क्षेत्रों में भारत की गौरवशाली परम्परा इस तरह की शिक्षा की ओर बढ़ने में सहायक होगी। भारत की समृद्ध, विविध प्राचीन और आधुनिक संस्कृति और ज्ञान प्रणालियों और परम्पराओं को संयोजित करने और उससे प्रेरणा पाने हेतु यह नीति बनायी गयी है। भारत की शास्त्रीय भाषाओं और साहित्य के महत्त्व, प्रासङ्गिकता और सुन्दरता की उपेक्षा नहीं की जा सकती है। संस्कृत, संविधान

की आठवीं अनुसूची में वर्णित एक महत्वपूर्ण आधुनिक भाषा है यदि सम्पूर्ण लैटिन और ग्रीक साहित्य को मिलाकर भी इसकी तुलना की जाए तो भी वह संस्कृत शास्त्रीय साहित्य की बराबरी नहीं कर सकता। संस्कृत साहित्य में गणित, दर्शन, व्याकरण, सङ्गीत, राजनीति, चिकित्सा, वास्तुकला, धातुविज्ञान, नाटक, कविता, कहानी, और बहुत कुछ (जिन्हें "संस्कृत ज्ञान प्रणालियों" के रूप में जाना जाता है) के विशाल भण्डार हैं । विश्व विरासत के लिए इन समृद्ध संस्कृत ज्ञान प्रणाली विरासतों को न केवल पोषण और भविष्य के लिए संरक्षित किया जाना चाहिए बल्कि हमारी शिक्षा प्रणाली के माध्यम से शोध कराकर इन्हें बढ़ाते हुए नए उपयोगों में भी रखा जाना चाहिए। इन सबको हजारों वर्षों में जीवन के सभी क्षेत्रों के लोगों द्वारा, सामाजिक-आर्थिक पृष्ठभूमि के एक विस्तृत जीवन्त दर्शन के साथ लिखा गया है । संस्कृत को रूचिकर और अनुभावात्मक होने के साथ-साथ समकालीन रूप से प्रासङ्गिक तरीकों से पढ़ाया जाएगा । संस्कृत ज्ञान प्रणाली का उपयोग विशेष रूप से ध्वनि और उच्चारण के माध्यम से है। फाउंडेशन और माध्यमिक स्कूल स्तर पर संस्कृत की पाठ्यपुस्तकों को संस्कृत के माध्यम से संस्कृत पढ़ाने (एस्.टी.एस्.) और इसके अध्ययन को आनन्ददायी बनाने के लिए सरल मानक संस्कृत (एस्.एस्.एस्.) में लिखा जाना है। ध्वन्यात्मकता और उच्चारण वेदों की मौखिक परम्परा पर लागू होता है। वैदिक शिक्षा ध्वन्यात्मकता और उच्चारण पर आधारित है।

कला और विज्ञान के बीच, पाठ्यक्रम और पाठ्येतर गतिविधियों के बीच, व्यावसायिक और शैक्षणिक धाराओं, आदि के बीच कोई स्पष्ट विभेद नहीं किया गया है। सभी ज्ञान की एकता और अखण्डता को सुनिश्चित करने के लिए, एक बहु-विषयक दुनिया के लिए विज्ञान, सामाजिक विज्ञान, कला, मानविकी और खेल के बीच एक बहु-विषयक (Multi-Disciplinary) एवं समग्र शिक्षा के विकास पर बल दिया गया है। नैतिकता, मानवीय और संवैधानिक मूल्य जैसे, सहानुभूति, दूसरों के लिए सम्मान, स्वच्छता, शिष्टाचार, लोकतान्त्रिक भावना, सेवा की भावना, सार्वजनिक सम्पत्ति के लिए सम्मान, वैज्ञानिक चिन्तन, स्वतन्त्रता, उत्तरदायित्व, बहुलतावाद, समानता और न्याय पर जोर दिया गया है ।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के बिन्दु क्रं. 4.23 में अनिवार्य विषयों, कौशलों और क्षमताओं का शिक्षाक्रमीय एकीकरण के विषय में निर्देश है। विद्यार्थियों को अपने व्यक्तिगत पाठ्यक्रम को चुनने में

बड़ी मात्रा में लचीले विकल्प मिलेगें, लेकिन आज की तेजी से बदलती दुनिया में सभी विद्यार्थियों को एक अच्छे, सफल, अभिनव, अनुकूलनीय और उत्पादक व्यक्ति बनने के लिए कुछ विषयों, कौशलों और क्षमताओं को सीखना भी आवश्यक है । वैज्ञानिक स्वभाव और साक्ष्य आधारित सोच, रचनात्मकता और नवीनता, सौंदर्यशास्त्र और कला की भावना, मौखिक और लिखित अभिव्यक्ति और संवाद, स्वास्थ्य और पोषण, शारीरिक शिक्षा, शारीरिक दक्षता, स्वास्थ्य और खेल, सहयोग और टीम वर्क, समस्या को हल करने और तार्किक चिन्तन, व्यावसायिक एक्सपोजर और कौशल, डिजिटल साक्षरता, कोडिंग और कम्प्यूटेशनल चिन्तन, नैतिकता और नैतिक तर्क, मानव और संवैधानिक मूल्यों का ज्ञान और अभ्यास, लिङ्ग संवेदनशीलता, मौलिक कर्तव्य, नागरिकता कौशल और मूल्य, भारत का ज्ञान, पर्यावरण सम्बन्धी जागरूकता, जिसमें पानी और संसाधन संरक्षण, स्वच्छता और साफ-सफाई, समसामयिक घटना और स्थानीय समुदायों, राज्यों, देश और दुनिया द्वारा जिन महत्त्वपूर्ण मुद्दों का सामना किया जा रहा है उनका ज्ञान, भाषाओं में प्रवीणता के अलावा, इन कौशलों में सम्मिलित है। बच्चों के भाषा कौशल संवर्धन के लिए और इन समृद्ध भाषाओं और उनके कलात्मक निधि के संरक्षण के लिए, सार्वजनिक या निजी सभी विद्यालयों में सभी छात्रों को भारत की एक शास्त्रीय भाषा और उससे सम्बन्धित साहित्य सीखने का कम से कम दो साल का विकल्प मिलेगा ।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के बिन्दु क्रं. 4.27 में "भारत का ज्ञान" के विषय में महत्त्वपूर्ण निर्देश है। "भारत का ज्ञान" में आधुनिक भारत और उसकी सफलताओं और चुनौतियों के प्रति प्राचीन भारत का ज्ञान और उसका योगदान - भारतीय ज्ञान प्रणाली जैसे गणित, खगोल विज्ञान, दर्शन, योग, वास्तुकला, चिकित्सा, कृषि, इंजीनियरिंग, भाषा विज्ञान, साहित्य, खेल के साथ –साथ शासन, राजव्यवस्था, संरक्षण आदि जहां भी प्रासङ्गिक हो, विषयों में सम्मिलित किया जाएगा। इसमें औषधीय प्रथाओं, वन प्रबन्धन, पारम्परिक (जैविक) फसल की खेती, प्राकृतिक खेती, स्वदेशी खेलों, विज्ञान और अन्य क्षेत्रों में प्राचीन और आधुनिक भारत के प्रेरणादायक व्यक्तित्वों पर ज्ञानदायी विषय हो सकेंगे।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के बिन्दु क्रं. 11.1 में समग्र और बहु-विषयक शिक्षा की ओर प्रवृत्त करने के निर्देश हैं। भारत में समग्र एवं बहु-विषयक तरीके से सीखने की एक प्राचीन परम्परा पर बल दिया गया है, तक्षशिला और नालन्दा जैसे विश्वविद्यालयों के उल्लेख सहित 64 कलाओं के ज्ञान के रूप

में गायन और चित्रकला, वैज्ञानिक क्षेत्र जैसे रसायनशास्त्र और गणित, व्यावसायिक क्षेत्र जैसे बढ़ई का काम और कपड़े सिलने का कार्य, व्यावसायिक कार्य जैसे औषधि तथा अभियान्त्रिकी और साथ ही साथ सम्प्रेषण, चर्चा और वाद-संवाद करने के व्यावहारिक कौशल (सॉफ्ट स्किल्स) भी सम्मिलित है । यह विचार कि गणित, विज्ञान, व्यावसायिक विषयों और सॉफ्ट स्किल सहित रचनात्मक मानव प्रयास की सभी शाखाओं को 'कला' माना जाना चाहिए, जिसका मूल भारत है। 'कई कलाओं के ज्ञान' या जिसे आधुनिक समय में प्राय: 'उदार कला' कहा जाता है (अर्थात्, कलाओं की एक उदार धारणा) की इस धारणा को भारतीय शिक्षा में वापस लाया जाना चाहिए, क्योंकि यह ठीक उसी तरह की शिक्षा है जो 21वीं सदी के लिए आवश्यक है।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के बिन्दु क्रं. 22.1 में भारतीय भाषाओं, कला और संस्कृति का संवर्धन हेतु निर्देश हैं। भारत संस्कृति का समृद्ध भण्डार है – जो हजारों वर्षों में विकसित हुआ है, और यहाँ की कला, साहित्यिक कृतियों, प्रथाओं, परम्पराओं, भाषायी अभिव्यक्तियों, कलाकृतियों, ऐतिहासिक एवं सांस्कृतिक धरोहरों के स्थलों इत्यादि में परिलक्षित होता हुआ दिखता है। भारत में भ्रमण, भारतीय अतिथि सत्कार का अनुभव होना, भारत के आकर्षक हस्तशिल्प एवं हाथ से बने कपड़ों को खरीदना, भारत के प्राचीन साहित्य को पढ़ना, योग एवं ध्यान का अभ्यास करना, भारतीय दर्शनशास्त्र से प्रेरित होना, भारत के अनुपम त्यौहारों में भाग लेना, भारत के वैविध्यपूर्ण सङ्गीत एवं कला की सराहना करना और भारतीय फिल्मों को देखना आदि ऐसे कुछ आयाम हैं जिनके माध्यम से दुनिया भर के करोड़ो लोग प्रतिदिन इस सांस्कृतिक विरासत में सम्मिलित होते हैं, इसका आनन्द उठाते हैं और लाभ प्राप्त करते हैं।

यही सांस्कृतिक एवं प्राकृतिक सम्पदा है भारत की इस सांस्कृतिक सम्पदा का संरक्षण, संवर्धन एवं प्रसार, देश की उच्चतर प्राथमिकता होना चाहिए क्योंकि यह देश की पहचान के साथ-साथ इसकी अर्थव्यवस्था के लिए भी बहुत महत्त्वपूर्ण है।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के बिन्दु क्रं. 22.2 में कलाओं के विषय में निर्देश हैं। भारतीय कला एवं संस्कृति का संवर्धन राष्ट्र एवं राष्ट्र के नागरिकों के लिए महत्त्वपूर्ण है । बच्चों में अपनी पहचान और अपनेपन के भाव तथा अन्य संस्कृतियों और पहचानों की सराहना का भाव पैदा करने के लिए सांस्कृतिक

जागरूकता और अभिव्यक्ति जैसी प्रमुख क्षमताओं को बच्चों में विकसित करना जरूरी है। बच्चों में अपने सांस्कृतिक इतिहास, कला, भाषा एवं परम्परा की भावना और ज्ञान के विकास द्वारा ही एकता, सकारात्मक सांस्कृतिक पहचान और आत्म-सम्मान निर्मित किया जा सकता है । अत: व्यक्तिगत एवं सामाजिक कल्याण के लिए सांस्कृतिक जागरूकता और अभिव्यक्ति का योगदान महत्त्वपूर्ण है ।

प्रतिष्ठान की मुख्य वैदिक शिक्षा (वेदों की श्रुति या मौखिक परम्परा/वेद पाठ/वैदिक ज्ञान परम्परा) सहित अन्य आवश्यक आधुनिक विषय- संस्कृत, अंग्रेजी, मातृभाषा, गणित, सामाजिक विज्ञान, विज्ञान, कम्प्यूटर विज्ञान, दर्शन, योग, वैदिक कृषि, भारतीय कला, SUPW आदि महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड की पाठ्य पुस्तकों की नींव/ स्रोत भारतीय ज्ञान परम्परा (IKS) विषयों की अनुप्रविष्टि (इनपुट) पर आधारित हैं। ये सभी निर्देश राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के दिशानिर्देशों के अनुरूप है। राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 एवं महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद विद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन के शैक्षिक चिन्तकों, प्राधिकरणों के परामर्श एवं नीति को ध्यान में रखते हुए प्रारूप पुस्तकें पीडीएफ फॉर्मेट में उपलब्ध करायी गयी हैं। इन पुस्तकों को भविष्य में NCF के अनुरूप अद्यतन किया जाएगा और अन्त में प्रिन्ट रूप में उपलब्ध कराया जाएगा।

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद विद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन के राष्ट्रीय आदर्श वेदविद्यालय के अध्यापक महानुभावों ने, वेद अध्यापन (वैदिक मौखिक एवं श्रुति परम्परा/वेद पाठ/वेद ज्ञान परम्परा) में समर्पित आचार्यों ने, सम्बद्ध वेद पाठशालओं के संस्कृत एवं आधुनिक विषयों के अध्यापकों ने, आधुनिक विषय पाठ्यपुस्तकों को इस रूप में प्रस्तुत करने में पिछले दो वर्षों में अथक परिश्रम किया है। उन सभी को हृदय की गहराई से धन्यवाद समर्पण करता हूँ। राष्ट्र स्तर के विविध विशेषज्ञों ने समय-समय पर पधार कर पाठ्यपुस्तकों में गुणवत्ता लाने में विशेष सहायता प्रदान की है। उन सभी विशेषज्ञों एवं विद्यालयों के अध्यापक महानुभावों को भी धन्यवाद अर्पित करता हूँ। अक्षर योजना हेतु, चित्राङ्कन हेतु, पेज सेटिंग हेतु मेरे सहयोगी कर्मचारियों ने कार्य किया है, उन सभी को हृदय की गहराई से कृतज्ञता समर्पण करता हूँ।

पाठ्य पुस्तकों की गुणवत्ता में सुधार लाने के लिए रचनात्मक आलोचना सहित सभी सुझावों का स्वागत है।

आपरितोषात् विदुषां न साधु मन्ये प्रयोगविज्ञानम्।

बलवदपि शिक्षितानाम् आत्मन्यप्रत्ययं चेतः॥

(अभिज्ञानशाकुन्तलम् १.०२)

(जब तक विद्वानों को पूर्ण सन्तुष्टि न हो जाए तब तक विशिष्ट प्रयोग को सब तरह से सफल नहीं मानता क्योंकि प्रयोग में विशेष योग्यता प्राप्त विद्वान भी पहले प्रयोग में सफलता से आश्वस्त नहीं रहता है।)

प्रो. विरूपाक्ष वि जड्डीपाल्
सचिव
महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन
महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड

11 से 20 तक पहाड़े

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

विषयानुक्रमणिका

अध्याय - 1

संख्याओं की समझ

हम अपनी आवश्यकता के अनुसार वस्तुओं को गिनते हैं। जैसे विद्यालय में बच्चों की संख्या, गाँव में रहने वाले लोगों की संख्या, पुस्तकालय में रखी पुस्तकों की संख्या फर्श पर लगी टाइल्सों की संख्या आदि।

हम इन संख्याओं को उचित संख्याओं द्वारा निरूपित कर सकते हैं। अब सोच कर बताओ कि आप अपने आस-पास की कितनी वस्तुओं को संख्या द्वारा गिन सकते हो ?

इस अध्याय में हम संख्याओं के पूर्व अनुभव को दोहराते हुए , आगे की संख्याओं के बारे में अपनी समझ बढ़ाएंगे।

संख्या बनाना :-

वैदिक वाङ्मय में कई मन्त्रों में संख्याओं का उल्लेख मिलता है। इनमें से एक मन्त्र निम्न है।

त्रीणि शता त्री सहस्राण्यग्निं त्रि१ंशच्च देवा नव चासपर्यन् ।

औक्षन् घृतैरस्तृणन् बर्हिरस्मा आदिद्धोतारं न्यसादयन्त ॥

(यजुर्वेद- 33.07)

उपर्युक्त यजुर्वेद के मन्त्र में 3,339 संख्या का उल्लेख है। त्रीणि शता - तीन सौ, त्री सहस्राणि - तीन हजार, त्रिंशत् च और तीस, नवच और नौ देवाः-देव अर्थात्

कुल 3339 देव अग्निम् इस उन्नति पथ पर चलने वाले की, असपर्यन् पूजा करते हैं, अर्थात् सब सब देव अग्नि के अनुकूल होते हैं।

आराध्य और लक्ष्मी दोनों 2, 4, 7 एवं 9 अङ्कों का प्रयोग कर चार अङ्कों की संख्या बना रहे हैं। आराध्य ने 2, 4, 7 एवं 9 ये चार अङ्कों से एक संख्या बनाइये -

4279

लक्ष्मी

अरे ! यह संख्या 4 हजार दो सौ उन्यासी है।

लक्ष्मी ने भी इन दिये गये चार अङ्कों से एक संख्या बनाई –9742

आराध्य

अरे ! यह मेरी बनाई गई संख्या से बडी है साथ ही यह तो इन चार अङ्कों से बनने वाली सबसे बडी संख्या है ।

आप भी इन्हीं अङ्कों का प्रयोग कर चार अङ्कों की और भी संख्याएँ बनाकर, अपने मित्रों से चर्चा करें। आपके द्वारा बनाई गई संख्याओं में सबसे छोटी संख्या कौन-सी है ?

याद रखें :-

तीन अङ्कों की बडी संख्या 999 है एवं तीन अङ्कों की सबसे छोटी संख्या 100 है ।

संख्याओं के प्रकार

1. प्राकृत संख्या :-

एक प्राकृत संख्या एक पूर्णाङ्क है, जो 0 (शून्य) से अधिक है। प्राकृत संख्या 1 से शुरू होती है और अनन्त तक बढ़ती है। **प्राकृत संख्या** कहलाती है।

उदाहरण : 1, 2, 3, 4, 5 ....

2. पूर्ण संख्या :-

प्राकृत संख्याएँ शून्य (0) के साथ मिलकर पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं ।

उदाहरण : 0, 1, 2, 3, 4............

3. सम संख्या :-

चतस्रश्च मेऽष्टौ च मेऽष्टौ च मे द्वादश च मे द्वादश........ यज्ञेन कल्पन्ताम्॥

(यजुर्वेद- 18/25)

उपर्युक्त मन्त्र में चार के गुणज (पहाड़े) के अनुसार संख्या चार से अड़तालिस तक के सम संख्याओं के विषय में उल्लेख प्राप्त होता है।

ऐसी पूर्णाङ्क संख्या जो 2 से पूर्णतः विभाजित हो **सम संख्या** कहलाती है । सम संख्या के अन्तिम अङ्क 2, 4, 6 एवं 8 हैं ।

उदहारण : 2, 4, 6, 8, 10, 12...........

3. विषम संख्या :-

एका च मे तिस्रश्च मे तिस्र श्च मे पञ्च च मे......यज्ञेन कल्पन्ताम् ॥

(यजुर्वेद- 18/24)

उपर्युक्त मन्त्र में विषम संख्याओं के बारे में उल्लेख मिलता है जो कि एक से तैंतीस तक की विषम संख्याओं को दर्शाता है।

ऐसी पूर्णाङ्क संख्या जो 2 से विभाजित न हो **विषम संख्या** कहलाती है । विषम संख्या के अन्तिम अङ्क 1 , 3 , 5 , 7 एवं 9 हैं।

उदाहरण : 1 , 7 , 17 , 27 , 39........

4. पूर्णाङ्क संख्या :-

पूर्णाङ्क एक पूर्ण संख्या है। जो धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकती है। **पूर्णाङ्क संख्या** को 'Z' से दर्शाया जाता है।

उदाहरण : Z = (........ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3........)

संख्याओं की तुलना :-

संख्या 4, 5, 6, 7 और 8 से पाँच अङ्कों की संख्या बना कर देखते हैं। आप भी ओर संख्याएँ बनाएं नीचे सारणी में लिखिए।

सारणी 1.1

संख्या (अङ्कों में)	संख्या (शब्दों में)
58,476	अठावन हजार चार सौ छिहत्तर
48,765	अड़तालीस हजार सात सौ पैंसठ
45,978	
87,654	
67,845	

आराध्य इन संख्याओं को देखकर बोला इनमें से सबसे बड़ी संख्या 87654 है एवं सबसे छोटी संख्या 45678 है।

सामान्यतः हम संख्याओं की तुलना चिह्नों (= , > एवं <) के माध्यम से करते हैं।

15	=	15	18	<	20	0	<	10
17	>	16	121	<	212	12	<	21

करो और सीखो –

1. निम्न संख्याओं की तुलना कीजिए।

19	☐	20	48	☐	69	120	☐	24
69	☐	70	12	☐	17	119	☐	30

2. निम्नलिखित संख्या समूहों में सबसे बड़ी संख्या पर गोल घेरा (◯) एवं सबसे छोटी संख्या पर चौकोर बाक्स (☐) का चिह्न लगाएँ।

(i)	4536	4897	497	$\boxed{4329}$
(ii)	2567	2387	7892	2934
(iii)	22567	25678	57289	92878
(iv)	68768	98762	12389	23456
(v)	4687	9348	8423	5678

संख्याओं को पढना :-

वैदिक चिन्तन में संख्याओं को पढ़ने के साथ लिखने के लिए "अङ्कानां वामतो गति:" सूत्र मिलता है।

शतं तेऽयुतं हायनान् द्वे युगे त्रीणि चत्वारि कृण्म:।

इन्द्राग्नी विश्वे देवास्तेऽनु मन्यन्तामहृणीयमाना:॥

(अथर्ववेद 8/2/21)

वेद में प्रयुक्त संख्याओं को अङ्कों में लिखने के क्रम के विपरीत चलना होता है। **"अङ्कानां वामतो गति:"** इस प्रकार से –

चत्वारि	त्रीणि	द्वे	अयुत(हजार)	शत (सैकड़ा)
4	3	2	0000	000

अर्थात् चार अरब बत्तीस करोड़ वर्ष की सृष्टि की आयु युगों में विभक्त है। उत्सव और खुशी सख्याएँ पढ़ने का प्रयास कर रहे हैं।

उत्सव - संख्या 231,324 को कैसे पढ़ेंगे ? क्या यह दो सौ इकतीस हजार तीन सौ चौबीस है ?

खुशी – हाँ , मुझे लगता है कि तुमने सही पढ़ा है। फिर भी हम गुरुजी से बात करते हैं।

गुरुजी - संख्या 2,31,324 को दो लाख इक्कतीस हजार तीन सौ चौबीस पढ़ेंगें ।

आप भी अपनी पसन्द के छः अङ्क लेकर उनसे संख्याएँ बनाकर अपने साथियों से पढ़वाएँ और संख्याओं की तुलना करें। वैदिक वाङ्मय में अथर्ववेद के निम्न मन्त्र में बड़ी से बड़ी संख्याओं का प्रमाण मिलता है।

शतं सहस्रमयुतं न्यर्बुदमसंख्येय स्वमस्मिन् निविष्टम् ।

तदस्य घ्नन्त्यभिपश्यत एव तस्माद् देवो रोचत एष एतत् ॥

(अथर्ववेद 10/08/24)

उपर्युक्त मन्त्र में बड़ी से बड़ी संख्या सैकड़ों, सहस्रों, अयुत एवं अर्बुद के बारे में उल्लेखित है ।

सारणी 1.2 - नीचे दी गई सारणी को पूर्ण करें ।

संख्या (अङ्कों में)	**लाख**	**दस हजार**	**हजार**	**सैकड़ा**	**दहाई**	**इकाई**	**संख्या (शब्दों में)**
3,52,027	3	5	2	0	2	7	तीन लाख बावन हजार सत्ताईस
2,43,596							
7,13,412							
1,56,789							
2,34,567							

हम और भी सात अङ्कों से बनी संख्याओं को अपने साथियों से पढ़वाएँ एवं तुलना करें।

सारणी 1.3 - नीचे दी गई सारणी को पूर्ण करें –

संख्या (अङ्कों में)	दस लाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई	संख्या (शब्दों में)
57,42,683	5	7	4	2	6	8	3	सत्तावन लाख बयालिस हजार छः सौ तिरासी
99,89,673								
23,43,584								
12,56,789								
23,46,789								
43,46,129								
78,46,923								
53,47,197								

❖ **करो और सीखो –**

सारणी 1.4 - नीचे दी गई सारणी को पूर्ण करें यहाँ हम 8 अङ्कों की बनी संख्या को पढ़ना सीखेंगे –

संख्या (अङ्कों में)	करोड़	दस लाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई	संख्या (शब्दों में)
4,53,10,670									
1,23,45,678									
8,97,67,341									

संख्याङ्कन पद्धति :-

शताय स्वाहा सहस्राय स्वाहाऽयुताय स्वाहा नियुताय स्वाहा प्रयुताय स्वाहा-ऽर्बुदाय स्वाहा न्यर्बुदाय स्वाहा समुद्राय स्वाहा मध्याय स्वाहाऽन्ताय स्वाहा परार्धाय स्वाहोषसे स्वाहा व्युष्टै स्वाहोदेष्यते स्वाहोद्यते स्वाहोदिताय स्वाहा सुवर्गाय स्वाहा लोकाय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा। (तैत्तिरीय संहिता- 7/2/20)

तैत्तिरीय संहिता के अतिरिक्त यजुर्वेद (17/2), लीलावती (1.2) एवं पुनः तैत्तिरीय संहिता (4/4/41) में संख्याओं के बारे में उल्लेख है।

भारतीय संख्याङ्कन पद्धति :-

भारतीय संख्याङ्कन पद्धति में हम इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार का प्रयोग करते हैं तथा आगे हजार, लाख ,करोड़ वाली संख्याओं को प्रदर्शित करने के लिए उनके बीच अल्पविरामों (,) का प्रयोग करते हैं।

दायें से चलते हुए पहले तीन अङ्कों के बाद अल्प विराम लगाते हैं फिर दो-दो अङ्कों के अन्तराल में यह क्रम चलता रहता है।

उदाहरण : संख्या 3,30,25,324 को भारतीय पद्धति में 3 करोड़, तीस लाख, पच्चीस हजार, तीन सौ चौबीस पढ़ा जाता है।

❖ **करो और सीखो –**

सारणी 1.5 - निम्नलिखित संख्याओं में भारतीय संख्या पद्धति से अल्पविराम का चिह्न (,) लगाइये ।

सं.क्र.	संख्या अङ्कों में	अल्पविराम	शब्दों में
1.	4512671	45,12,671	पैंतालीस लाख बारह हजार छ: सौ इकत्तर
2.	45672314		
3.	79231456		
4.	9234567		
5.	2345676		

अन्तर्राष्ट्रीय संख्याङ्कन पद्धति :-

अन्तर्राष्ट्रीय संख्याङ्कन पद्धति में इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार और आगे मिलियन का प्रयोग किया जाता है। हजार और आगे मिलियन वाली संख्याओं को प्रदर्शित करने के लिए अल्पविरामों का प्रयोग किया जाता है। इस संख्याङ्कन पद्धति में दायें से बायें चलते हुए प्रत्येक तीन-तीन अङ्कों के बाद अल्पविराम का चिह्न लगाया जाता है।

उदाहरण : संख्या 3,324,251,342 को अन्तर्राष्ट्रीय पद्धति में 3 बिलियन, 3 सौ चौबीस मिलियन, 251 हजार, तीन सौ बयालीस पढ़ा जाता है।

1 मिलियन = 1000 हजार

1 मिलियन = 10 लाख

10 मिलियन = 1 करोड़

1 बिलियन = 100 करोड़

❖ **करो और सीखो –**

सारणी 1.7 - नीचे दी गई सारणी की संख्या में अन्तर्राष्ट्रीय पद्धति से अल्पविराम लगाएँ तथा साथ ही शब्दों में लिखें :-

सं.क्र.	संख्या अङ्कों में	अल्पविराम	शब्दों में
1.	2345671	2,345,671	दो मिलियन तीन सौ पैंतालीस हजार छः सौ इकत्तर
2.	45674671		
3.	13456789		
4.	91756781		
5.	13456781		
6.	1345671		

वैदिक वाङ्मय में संख्या पद्धति का चिन्तन:

वैदिक वाङ्मय के अन्तर्गत ऋग्वेद में गणित शब्द से सम्बन्धित गणक, गण, गण्या आदि शब्द ऋग्वेद में मिलते हैं। गणित नक्षत्रविद्या के अन्तर्गत आता था। यज्ञों के यथाकाल करने से ही शुभ फल की प्राप्ति तथा अनिष्टों की निवृत्ति होती

थी । काल जानने के लिए ज्योतिष की आवश्यकता पड़ी तथा उसका सम्यक् ज्ञान नक्षत्र, वेध और ग्रहगणित से ही सम्भव था । **इस काल की विश्व को सबसे बड़ी देन संख्याओं का आविष्कार तथा दाशमिक प्रणाली** (Decimal System) **है ।**

1. **इमा मे अग्न इष्टका धेनवः सन्त्वेका च दश च दश च शतञ्च शतञ्च ।**

सहस्रश्च सहस्रञ्चायुतश्चायुतश्च नियुतञ्च नियुतश्च ॥२॥

अर्बुदञ्च न्यर्बुदश्च समुद्रश्च मध्यश्चान्तश्च परार्धश्च ।

एता मे अग्न इष्टका धेनवः सन्त्वमुत्रामुष्मिल्लौ के ॥३॥

(शु.काण्व शाखा 18.2-3)

उपर्युक्त मन्त्र में दस के गुणोत्तर संख्या, दश, शत, सहस्र ओर आगे परार्ध तक कि संख्या प्रमाण मिलता है।

2. **अंसंख्याता सहस्त्राणि ये रुद्रा अधि भूम्याम्।**

तेषां सहस्त्रयोजनेऽव धन्वानि तन्मसि॥

(यजुर्वेद. 16-54)

उपर्युक्त मन्त्र में असंख्य, सहस्र का भी उल्लेख आता है ।

तैत्तिरीय संहिता की दाशमिक पद्धति (decimal system) **सूची**

3. **शताय स्वाहा सहस्त्रायस्वाहाऽयुताय स्वाहा नियुताय स्वाहा प्रयुतायस्वाहाऽर्बुदायस्वाहा न्यर्बुदाय स्वाहा समुद्राय स्वाहा मद्धयाय स्वाहाऽन्ताय स्वाहा परार्द्धाय स्वाहोषसे स्वाहा व्युष्टयै स्वाहोदेष्यते स्वाहोद्यते स्वाहोदिताय स्वाहा सुवर्गाय स्वाहालोकाय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा।**

(तैत्तिरीय संहिता- 7/2/20)

तैत्तिरीय संहिता में निम्नलिखित परिभाषाएँ-

10^2 = शत	10^3 = सहस्त्र	10^4 = अयुत
10^5 = नियुत	10^6 = प्रयुत	10^7 = अर्बुद
10^8 = न्यर्बुद	10^9 = समुद्र	10^{10} = मध्य
10^{11} = अंत	10^{12} = परार्ध	10^{13} = उषस
10^{14} = व्युस्टि	10^{15} = देष्यत	10^{16} = उद्यत्
10^{17} = उदित	10^{18} = सुवर्ग	10^{19} = लोक
10^{20} = सर्व		

सामान्य अंकगणितीय संक्रियाएँ (arithmetical operations) जैसे: जोड़ या भाग, बहुत परिष्कृत रूप में वैदिक साहित्य में ही मिल जाते हैं । तैत्तिरीय संहिता में 10 लोक तक की संख्याओं के नाम दशमलव पद्धति से दिये गये हैं । इस प्रकार **तैत्तिरीय संहिता की सूची न केवल दाशमिक पद्धति (decimal system) के ज्ञान का प्रमाण है अपितु बड़ी से बड़ी संख्याओं के लिए नाम गढ़ने के वैज्ञानिक प्रमाण उपलब्ध है** ।

इकाईयों की समझ :-

(i) लम्बाई की इकाई :-

संस्कृत ज्ञान प्रणाली में लीलावती गणित के अन्तर्गत लम्बाई के मापन के लिए निम्न श्लोक मिलता है।

यवोदरैरङ्गुलमष्टसंख्यैर्हस्तोऽङ्गुलैः षड्गुणितैश्चतुर्भिः ।

हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दण्डः कोशः सहस्रद्वितयेन तेषाम् ॥

(लीलावती, परिभाषा : 5)

अर्थात् ,आठ यवोदर का एक अङ्गुल, चौबीस अङ्गुल का एक हाथ, चार हाथ का एक दण्ड और दो हजार दण्ड का एक कोश होता है ।

एक अङ्गुल	=	1.763 से.मी.
एक हाथ	=	45.72 से.मी.
एक दण्ड	=	1.5 से 2.0 मी.
एक कोश	=	3 से 4 कि.मी.

हम लम्बाई की इकाई के रूप में से.मी.,मीटर और किलोमीटर प्रयोग किया जाता है। आइए, लम्बाईयों के इकाईयों के बीच सम्बन्ध को जानते हैं।

10 मि.ली. = 1 सेण्टीमीटर (1 से.मी)

100 सेण्टीमीटर = 1 मीटर (1 मी.)

1000 मीटर = 1 किलोमीटर (1 कि.मी.)

दीपिका - आप बता सकते हैं कि 1 किलोमीटर में कितने सेण्टीमीटर होते हैं ?

मनिषा - मैं बता सकती हूँ , देखिए ऐसे

1 किलोमीटर = 1000 मीटर

= 1000 × 100 से.मी. {1मीटर = 100 से.मी.}

= 1,00,000 से.मी.

दीपिका - जी , बिल्कुल सही

(ii) वजन की इकाई :-

लीलावती गणित में वजन मापन के लिए प्राचीन पैमाने का एक श्लोक मिलता है।

तुल्या यवाभ्यां कथिताऽत्र गुञ्जा वल्लस्त्रिगुञ्जो धरणं च तेऽष्टौ ।

गद्याणकस्तद्द्वयमिन्द्रतुल्यैर्वल्लैस्तथैको धटकः प्रदिष्टः ॥

(लीलावती, परिभाषा : 3)

अर्थात् ,दो यवों के समान एक गुञ्जा, तीन गुञ्जा का एक वल्ल ,आठ वल्लों का एक धरण, दो धरण का एक गद्याणक और चौदह वल्लों का एक घटक होता है।

किसी भी ठोस वस्तु का वजन तोलने के लिए किलो ग्राम और ग्राम के बाटो का प्रयोग किया जाता है। आइए , वजन की इकाईयों के बीच सम्बन्ध को जानते हैं-

1 किलो ग्राम = 1000 ग्राम

वजन की इकाई के सन्दर्भ में लीलावती गणित में एक अन्य परिभाषा भी मिलती है।

दशार्धगुञ्जं प्रवदन्ति माषं माषाह्वयैः षोडशभिश्च कर्षम् ।

कर्षैश्चतुर्भिश्च पलं तुलाज्ञाः कर्षं सुवर्णस्य सुवर्णसंज्ञम् ॥ (लीलावती, परिभाषा : 4)

अर्थात् तौल जानने वाले विशेषज्ञ पाँच गुञ्जा का एक माष, सोलह माष का एक कर्ष और चार कर्ष का एक पल कहते हैं।सोने का कर्ष सुवर्ण संज्ञक है अर्थात्

1 कर्ष = 1 सुवर्ण का है ।

1 माष = 0.97 ग्राम , 1 कर्ष = 15.52 ग्राम

आपने सुनार की दुकान पर बाट देखे होंगे वहाँ ग्राम से भी छोटे वजन को तोलने के बाट होते हैं। ये मिलीग्राम (मि.ग्रा.) के बाट होते हैं।

1 ग्राम = 1000 मिलीग्राम

(iii) तरल पदार्थों की इकाई :-

तरल पदार्थों (दूध, तेल, पेट्रोल) को लीटर और मिली लीटर में मापा जाता है। आइये, लीटर और मिलीलीटर के बीच के सम्बन्ध को भी जानते हैं।

1 लीटर = 1000 मिली लीटर

ध्यान रखें :-

प्यारे बटुकों ! सभी इकाईयों में हमने मि.ली., सेण्टी , किलो शब्दों का प्रयोग किया है। किलो का अर्थ है, हजार और यह सबसे बड़ा हैं। सेण्टी, सौवा भाग दर्शाता है एवं मिली का अर्थ है हजारवाँ भाग और यह सबसे छोटा है।

प्रश्नावली 1.1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) दो अङ्क 0 और 2 लीजिए। दोनों अङ्कों का बराबर बार प्रयोग करके 4 अङ्कों की सबसे छोटी संख्या बनाइए।

(I) 2002 (II) 2020 (III) 2200 (IV) 0022

(ब) 1 मिलियन = ... लाख

(I) 10 (II) 100 (III) 1000 (IV) 10000

(स) 1 बिलियन = ... मिलियन

(I) 10 (II) 100 (III) 1000 (IV) 10000

(द) 1 लाख = ... दस हजार

(I) 1 (II) 10 (III) 100 (IV) 1000

(प) 1 किलो मीटर = ... मीटर

(I) 10 (II) 1000 (III) 100 (IV) इनमें से कोई नहीं

(फ) अन्तर्राष्ट्रीय संख्या प्रणाली का प्रयोग करके 43810138 में उक्त संख्या में अल्पविराम चिह्न(,)लगाइये।

(I) 43,810,138 (II) 43,81,01,38

(III) 4,38,10,138 (IV) 438,10,138

(भ) राष्ट्रीय संख्या प्रणाली का प्रयोग करके 4556132 में उक्त संख्या में अल्पविराम चिह्न लगाइये।

(I) 45,56,132 (II) 4,55,6,132

(III) 4,556,132 (IV) 4,556,132

(म) निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है ?

(I) 310 > 301 (II) 310 < 301

(III) 310 = 301 (IV) इनमें से कोई नहीं

2. आपके पास 2, 5, 0 और 3 अङ्क हैं। इनका प्रयोग करते हुए 4 अङ्कों की पाँच संख्या बनाएँ।

3. अङ्कों 5, 4, 6, 7 और 8 का प्रयोग कर 5 अङ्कों की सबसे छोटी एवं सबसे बड़ी संख्या बनाइए ?

4. अङ्क 3, 7, 5 और 4 से तीन अङ्कों की सबसे छोटी एवं सबसे बड़ी संख्या बनाइये ?

5. संख्या 4, 8, 9, 0 और 1 के प्रयोग कर पाँच अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या बताइये तथा इकाई का अङ्क भी लिखिए ?

6. 3 , 6 तथा 5 के किसी एक अङ्क का दो बार प्रयोग कर 4 अङ्कों की बनने वाली सबसे बड़ी संख्या बनाइये।

7. 3, 0 तथा 7 के किसी एक अङ्क का दो बार प्रयोग कर 4 अङ्कों की बनने वाली सबसे बड़ी संख्या बनाइये।

8. निम्नलिखित को संख्याओं के रूप में लिखिए :-

   1. पाँच हजार नौ सौ दस
   2. पाँच लाख बारह हजार एक सौ तीन
   3. पाँच हजार सात
   4. दो करोड़ सत्रह लाख इकत्तीस हजार तीन सौ पाँच
   5. तेईस लाख पन्द्रह हजार बारह

9. निम्नलिखित संख्याओं की तुलना (<, > एवं =) में करें :-

   1. 5678 5768
   2. 6890 9068
   3. 234 432
   4. 567 657
   5. 70130 70310

10. रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए :-

   1. 1 किलो ग्राम = ... ग्राम
   2. 100 से.मी. = ... मीटर
   3. 1 करोड़ = ... लाख
   4. 1 लीटर = ... मिली लीटर
   5. 100 लाख = ... करोड़

➢ हमने सीखा –

1. संख्या पद्धति में हमने 5 प्रकार की संख्या को समझा प्राकृत संख्या (1, 2, 3, 4, …..), पूर्ण संख्या (0, 1, 2, 3…..), सम संख्या (2, 4, 6, 8 …..), विषम संख्या (1, 3, 5…..), पूर्णाङ्क संख्या (....... -3, -2, -1, -0, 1, 2, 3 ....)
2. अङ्कों से संख्या बनाते समय सबसे बड़ी संख्या के लिए बायें से बड़े से छोटे एवं सबसे छोटी संख्या के लिए अङ्क बायें से छोटे से बडे क्रम में अङ्क लिखते हैं।
3. तीन अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या 999 हैं एवं चार अङ्कों की सबसे छोटी संख्या 1000 है।
4. संख्या को लिखने एवं पढ़ने में अल्पविराम का प्रयोग किया जाता है।
5. भारतीय संख्याङ्कन पद्धति में पहला अल्पविराम दायीं ओर से प्रारम्भ कर तीन अङ्कों बाद व उसके बाद दो-दो अङ्कों बाद लगाए जाते हैं।
6. अन्तर्राष्ट्रीय संख्याकन पद्धति में अल्पविराम दायीं ओर से प्रारम्भ कर तीन-तीन अङ्कों बाद लगाए जाते हैं।
7. वैदिक वाङ्मय में संख्याकन पद्धति का अध्ययन किया ।

अध्याय - 2

संख्याओं के साथ खेलना

प्यारे वेद पाठियों ! हम आपने दैनिक जीवन और विद्यालय में अनेक प्रकार के खेल (क्रिकेट, फुटबाल) खेले होंगे। आप पूर्व के अध्याय का अध्ययन कर संख्याओं के बारे में पढ़ चुके हों। आज हम भी गणित में, संख्याओं या अङ्कों के साथ खेले खेलेंगे।

परवर्ती संख्या :-

किसी संख्या में 1 जोड़ने पर उस संख्या से आगे की संख्या प्राप्त की जा सकती है।

$$23 + 1 = 24$$

$$24 + 1 = 25$$

अतः संख्या 24, संख्या 23 की परवर्ती संख्या है और संख्या 25, संख्या 24 की परवर्ती संख्या है।

पूर्ववर्ती संख्या :-

किसी संख्या में 1 घटाने पर उस संख्या से पीछे की संख्या प्राप्त की जा सकती है।

$$19 - 1 = 18$$

$$15 - 1 = 14$$

अतः संख्या 18, संख्या 19 की पूर्ववर्ती संख्या है और संख्या 14, संख्या 15 की पूर्ववर्ती संख्या है।

आरोही क्रम :-

वैदिक वाङ्मय के तैत्तिरीय संहिता के अन्तर्गत निम्न मन्त्र में संख्याओं के आरोही क्रम का सन्दर्भ आता है।

एकान्नविꣳशत्यै स्वाहा नवविꣳशत्यैस्वाहैकान्न......शताय स्वाहा।

(तैत्ति. संहिता. 7/2/11)

आरोही क्रम या बढ़ते हुए क्रम का अर्थ है कि सबसे छोटी से प्रारम्भ करके सबसे बड़ी संख्या तक व्यवस्थित करना **आरोही क्रम** कहलाता है ।

उदाहरण 1 : संख्याएँ 2434, 6892, 1234 व 321 को आरोही क्रम में लिखिए।

हलः दी गई संख्या 2434 , 6892 , 1234 एवं 321

तब, आरोही क्रम -

$321 < 1234 < 2434 < 6892$

उदाहरण 2 : संख्याएँ1345, 3462, 2461एवं 1465 को आरोही क्रम में लिखिए।

हलः दी गई संख्या 1345, 3462, 2461 एवं 1465

तब, आरोही क्रम -

$1345 < 1465 < 2461 < 3462$

अवरोही क्रम :-

अवरोही क्रम या घटते हुए क्रम का अर्थ है कि सबसे पहले बड़ी से प्रारम्भ कर सबसे छोटी संख्या तक व्यवस्थित करना **अवरोही क्रम** कहलाता है ।

उदाहरण 1: संख्याएँ 1984, 2848 , 92345 एवं 6841 को अवरोही क्रम में लिखिए।

हल: दी गई संख्या 1984, 2848, 92345 एवं 6841

तब, अवरोही क्रम -

$$92345 > 6841 > 2848 > 1984$$

उदाहरण 2: संख्याएँ 2374, 7894, 1257 एवं 926 को अवरोही क्रम में लिखिए।

हल: दी गई संख्या 1345, 3462, 2461 एवं 1465

तब, अवरोही क्रम - 7894 > 2374 > 1257 > 926

संख्याओं के विभाज्यता का जाँच :-

आइये , हम नीचे दिए प्रतिरूप को देखकर आसानी से बता सकते हैं कि कोई संख्या 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 या 11 से विभाज्य है या नहीं।

2 से विभाज्यता :-

यदि किसी संख्या में इकाई के स्थान पर 0, 2, 4, 6 या 8 (2 के गुणज या सम संख्या) में से कोई अङ्क हो, तो वह संख्या 2 से विभाज्य होती है।

3 से विभाज्यता :-

यदि किसी संख्या के अङ्कों का योग 3 का एक गुणज हो, तो यह संख्या 3 से विभाज्य होती है।

उदाहरण : संख्या 1236, 3 से विभाज्य है या नहीं?

$$1 + 2 + 3 + 6 = 12$$

12, 3 का गुणज है अतः 1236, 3 से विभाज्य है।

4 से विभाज्यता :-

यदि किसी संख्या के अन्तिम दो अङ्क (इकाई और दहाई) से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो या दो शून्य हो तो वह संख्या पूर्ण रूप से 4 से विभाज्य होगी।

उदाहरण : 4612, 3516, 9532 ,200

5 से विभाज्यता :-

यदि किसी संख्या का इकाई अङ्क 0 या 5 हो तो वह संख्या 5 से विभाज्य होती है।

उदाहरण : 105, 1005, 2005, 2010

6 से विभाज्यता :-

यदि कोई संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य हो, तो वह संख्या 6 से भी विभाज्य होती है।

उदाहरण : 6, 18, 30, 36, 12

7 से विभाज्यता :-

यदि किसी संख्या के इकाई के अङ्क को 5 से गुणा कर प्राप्त गुणनफल में शेष संख्या जोड़ देने पर यदि वह 7 से विभाजित है तो दी गई संख्या भी 7 से विभाजित होगी।

उदाहरण : 343

$= \quad 3 \times 5 \quad = \quad 15$

शेष अङ्क में जोड़ने पर

$34 + 15 = 49$

49 , 7 से विभाज्य है अत: 343 भी 7 से विभाज्य होगा।

8 से विभाज्यता :-

4 या उससे अधिक अङ्कों की कोई संख्या 8 से विभाज्य होती है, यदि उस संख्या के अन्तिम तीन अङ्कों से बनी संख्या 8 से विभाज्य हो या तीन शून्य हों।

उदाहरण : 99216, 82216, 10216, 73512 , 5000

9 से विभाज्यता :-

यदि किसी संख्या के अङ्कों का योग 9 से विभाज्य हो, तो वह संख्या भी 9 से विभाज्य होती है।

उदाहरण : 4608, $4 + 6 + 0 + 8 = 18$

18, 9 से विभाज्य है अतः 4608 भी 9 से विभाज्य होगा।

10 से विभाज्यता :-

यदि किसी संख्या के इकाई का स्थान पर अङ्क 0 हो, तो वह 10 से विभाज्य होती है।

उदाहरण : 10, 350, 450, 45670

11 से विभाज्यता :-

किसी संख्या के दायें से विषम स्थान के अङ्कों का योग और सम स्थान के अङ्कों का योग का अन्तर 0 है या 11 से विभाज्य है तो वह संख्या 11 से विभाज्य होती है।

उदाहरण :	308	$8 + 3 = 11$	0	$11 - 0 = 11$
	61809	$9 + 8 + 6 = 23$	$0+1 = 1$	$23 - 1 = 22$

अतः संख्याएँ 308 एवं 61809 भी 11 से विभाज्य होगी।

विभाज्यता की जाँच के नियमों का प्रयोग करते हुए सारणी के निम्नलिखित संख्याओं में से कौन-सी संख्या 2 से 3, 4, 5, 6, 8, 9 व 10 से विभाज्य है या नहीं। (हाँ या नहीं लिखिए)

सारणी 2.1

संख्याएँ	विभाज्य है						
	2 से	3 से	4 से	5 से	6 से	8 से	9 से	10 से
128	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं
990								
1586								
275								
210								
724								

प्रश्नावली 2.1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) किसी संख्या के पूर्ववर्ती और स्वयं की संख्या के बीच का अन्तर है।

(I) 1 (II) -1 (III) 2 (IV) -2

(ब) किसी संख्या का पूर्ववर्ती ज्ञात करने के लिए, हमें उस संख्या में से ही घटाना होगा।

(I) 1 (II) 2 (III) 3 (IV) 4

(स) किसी संख्या का परवर्ती ज्ञात करने के लिए हमें उस संख्या को ही जोड़ना होता है।

(I) 1 (II) 2 (III) 3 (IV) 4

(द) 128 से विभाज्य है।

(I) 2 (II) 5 (III) 3 (IV) 10

(प) 210 से विभाज्य नहीं है।

(I) 2 (II) 5 (III) 4 (IV) 10

2. निम्न संख्याओं में से प्रत्येक के पूर्ववर्ती लिखिए -

(i) 191 (ii) 8003 (iii) 3012 (iv) 5734

3. निम्न संख्याओं में से प्रत्येक के परवर्ती लिखिए -

(i) 310 (ii) 1156 (iii) 2574 (iv) 8752

4. निम्न संख्याओं को आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए -

(i) 9824 7894 3456 2897

(ii)	3456	7899	3576	8924
(iii)	1345	5760	7823	9231
(iv)	3561	3662	3777	2421
(v)	1345	5676	2436	3767

5. निम्नलिखित संख्याओं को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

(i)	3556	3546	2421	3212
(ii)	2451	2556	2776	6781
(iii)	2571	2921	3678	3576
(iv)	2421	3451	2421	3451
(v)	2451	3751	3891	3915

6. क्या सभी प्राकृत संख्याएँ, पूर्ण संख्याएँ भी है ? क्या सभी पूर्ण संख्याएँ प्राकृत संख्या भी है ?

7. 345 के प्रारम्भ करके अगली तीन क्रमागत पूर्ण संख्याएँ लिखिए।

8. 240 से ठीक पहले के तीन क्रमागत पूर्ण संख्याएँ लिखिए।

9. सत्य/असत्य लिखिए -

   (i) 2 की पूर्ववर्ती संख्या 0 है।

   (ii) शून्य प्राकृत संख्या है।

गुणनखण्ड एवं गुणज (अपवर्तक एवं अपवर्त्य)

किसी संख्या के विभाज्यता के बारे में आप पहले पढ़ चुके हैं साथ ही भाज्य और अभाज्य संख्याओं का भी प्रारम्भिक ज्ञान प्राप्त कर चुके हैं। आइये ,अब इस क्रम में गुणनखण्ड (अपवर्तक) एवं गुणज (अपवर्त्य) के बारे में चर्चा करेंगे।

गुणनखण्ड (अपवर्तक)

किसी संख्या को पूर्णत: विभाजित करने वाली संख्या उसका **गुणनखण्ड या अपवर्तक** कहलाती है। अतः किसी संख्या का गुणनखण्ड उसका पूर्ण भाजक होता है।

हम जानते हैं, कि 6 को पूर्णत: विभाजित करने वाली संख्याएँ 1, 2, 3 और 6 है। इसी प्रकार 10 को पूर्णत: विभाजित करने वाली संख्याएँ 1, 2, 5 और 10 हैं। अतः 6 के गुणनखण्ड 1, 2, 3, और 6 है तथा 10 के गुणनखण्ड 1, 2, 5, 10 है।

❖ **करो और सीखो**

संख्या	गुणनखण्ड
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
4	1, 2, 4
27	
48	

सारणी को पूर्ण करने के बाद हम निम्नलिखित निष्कर्ष पर पहुचते हैं।

1. सभी संख्या का गुणनखण्ड एक होता है।

2. प्रत्येक संख्या स्वयं का गुणनखण्ड होती है।

गुणज (अपवर्त्य)

किसी प्राकृत संख्या में क्रमशः 1, 2, 3 ...... आदि का गुणा करने पर प्राप्त संख्याएँ उस संख्या की **अपवर्त्य या गुणज** कहलाती है।

उदाहरण : 5 में प्राकृत संख्याओं 1, 2, 3, 4 से क्रमशः गुणा करने पर गुणनफल क्रमशः 5, 10, 15, 20 प्राप्त होता है। ये संख्याएँ 5 की अपवर्त्य या गुणज हैं प्राकृत संख्या असीमित होने के कारण किसी भी संख्या के अपवर्त्य भी अनन्त होते हैं।

❖ **करो और सीखो**

संख्या	गुणज
3	3, 6, 9, 12, 15
6	6, 12, 18
12	12, 24, 36, 48
18	
20	
25	

लघुत्तम समापवर्त्य

दो या दो से अधिक संख्याओं के समान अपवर्त्य (गुणज) में से सबसे छोटा समान अपवर्त्य उन संख्याओं का **लघुत्तम समापवर्त्य** कहलाता है।

दूसरे शब्दों में, दो या अधिक संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य वह छोटी से छोटी संख्या होती है जिसमें दी हुई संख्या का भाग पूर्ण रूप से चला जाए।

उदाहरण : संख्याएँ 12 एवं 30 का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए।

हल: 12 के अपवर्त्य = 12, 24, 36, 48, <u>60</u> ,72,84,96,108,<u>120</u>,132,...

30 के अपवर्त्य = 30, <u>60</u> , 90, <u>120</u> , 150...

12 और 30 के समापवर्त्य = <u>60</u> , <u>120</u>

अतः 12 व 30 का लघुत्तम समापवर्त्य = 60 है।

लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करने की विधियाँ :-

1. अपवर्त्य विधि
2. अभाज्य गुणनखण्ड विधि

1. अपवर्त्य विधि द्वारा लघुत्तम ज्ञात करना :-

(i) दी गई संख्याओं के अपवर्त्य ज्ञात करते हैं।

(ii) इन अपवर्त्यों में से उभयनिष्ठ अपवर्त्य (समापवर्त्य) ज्ञात करते हैं।

(iii) इन समापवर्त्यों में से सबसे छोटा समापवर्त्य ही वाञ्छित लघुत्तम समापवर्त्य होता है।

उदाहरण : 12 और 30 का लघुत्तम समापवर्त्य हम ऊपर ज्ञात कर चुके हैं।

2. लघुत्तम समापवर्त्य करने की अभाज्य गुणनखण्ड विधि -

(i) सर्वप्रथम दी गई संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करते हैं।

(ii) इन अभाज्य गुणनखण्डों में से उभयनिष्ठ गुणनखण्ड ज्ञात करते हैं।

(iii) उभयनिष्ठ गुणनखण्ड अलग लिखने के बाद शेष बचे गुणनखण्ड भी लेकर इन सभी प्राप्त गुणनखण्डों का गुणा करने पर दी गई संख्याओं को घात के रूप में लिखा जाए ,फिर गुणनखण्डों की अधिकतम घात लेकर उनका गुणनफल ही अभीष्ट लघुत्तम समापवर्त्य होगा।

उदाहरण : 25, 48 और 75 का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए ?

हल :

5	25
5	5
	1

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

3	75
5	25
5	5
	1

$25 = 5 \times 5 = 5^2$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^1$

$75 = 3 \times 5 \times 5 = 3^1 \times 5^2$

यहाँ अभाज्य गुणनखण्डों 2, 3 और 5 की अधिकतम घातें क्रमशः 4, 1 एवं 2 है।

अतः अभीष्ट लघुत्तम समापवर्त्य $= 2^4 \times 3^1 \times 5^2$

$= 16 \times 3 \times 25$

$= 1200$ है।

प्राप्त लघुत्तम समापवर्त्य 1200 दी गई संख्याओं 25, 48, एवं 75 से पूर्ण विभाजित हो जाता है।

महत्तम समापवर्तक :-

दो या दो से अधिक संख्याओं के समान अपवर्तक में से सबसे बड़ा समान अपवर्तक इन संख्याओं का **महत्तम समापवर्तक** कहलाता है।

दूसरे शब्दों में - दो या अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक वह बड़ी से बड़ी संख्या होती है जिसका भाग दी गई संख्याओं में पूर्ण रूप से चला जाए ।

उदाहरण : संख्याएँ 6 एवं 18 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए।

हल: 6 के अपवर्तक = 1, 2, 3, 6

18 के अपवर्तक = 1, 2, 3, 6, 9, 18

उपर्युक्त में समान अपवर्तक = 3, 6

संख्या 6 और 18 का समान एवं बड़ा अपवर्तक 6 है ,अतः 6 और 18 का महत्तम समापवर्तक 6 है।

महत्तम समापवर्तक ज्ञात करने की निम्नलिखित विधियाँ है।

1. अपवर्तक विधि 2. अभाज्य गुणनखण्ड विधि

1. अपवर्तक विधि से :-

उदाहरण : 6 , 12 व 18 का महत्तम समापवर्तक अपवर्तक विधि से ज्ञात कीजिए।

हल: 6 के अपवर्तक = 1, 2, 3, 6

12 के अपवर्तक = 1, 2, 3, 6, 12

18 के अपवर्तक = 1, 2, 3, 6, 9, 18

6 ,12, 18 के समापवर्तक = 1, 2, 3, 6

उपर्युक्त समापवर्तकों में सबसे बड़ा समापवर्तक 6 है,अतः वाञ्छित महत्तम समापवर्तक = 6 है।

2. अभाज्य गुणनखण्ड विधि से :-

उदाहरण : 144, 180 और 192 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए ?

अभाज्य गुणनखण्ड विधि से सर्वप्रथम दी हुई संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करते हैं :-

हल :

2	144	2	180	2	192
2	72	2	90	2	96
2	36	3	45	2	48
2	18	3	15	2	24
3	9	5	5	2	12
3	3		1	2	6
	1			3	3
					1

$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$192 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

तीनों संख्याओं के उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 2, 2 व 3 हैं।

अतः वाञ्छित महत्तम समापवर्तक $= 2 \times 2 \times 3 = 12$ है। यहाँ 12 दी हुई संख्याओं का पूर्ण भाजक है।

प्रश्नावली- 2.2

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या 36 का गुणनखण्ड नहीं है।

(I) 8 (II) 9 (III) 4 (IV) 12

(ब) निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या 6 का गुणज नहीं है।

(I) 12 (II) 21 (III) 24 (IV) 36

(स) निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या 35 का गुणज नहीं है।

(I) 1 (II) 5 (III) 7 (IV) 8

2. निम्नलिखित में से प्रत्येक के 5 गुणज (अपवर्त्य) लिखिए।

(अ) 12 (ब) 17 (स) 100 (द) 16

3. निम्नलिखित में से प्रत्येक के सभी गुणनखण्ड (अपवर्तक) लिखिए।

(अ) 18 (ब) 13 (स) 31 (द) 40

4. 8 के केवल वे सभी अपवर्त्य लिखिए जो 40 से कम हो।

5. 24 के सभी अपवर्तक लिखिए जो 24 से कम हो।

6. निम्नलिखित में से प्रत्येक का लघुत्तम समापवर्त्य लिखिए -

(अ) 48, 60 (ब) 12, 15, 3

(स) 12, 15, 45 (स) 45, 15, 10

7. निम्नलिखित संख्याओं के महत्तम समापवर्तक ज्ञात करें -

(अ) 144 एवं 180 (ब) 45 एवं 105

(स) 12 एवं 18 (द) 17 एवं 51

8. 6, 8 और 12 से विभाज्य तीन अङ्कों की सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए।

➢ **हमने सीखा**

1. किसी संख्या में 1 जोड़कर उस संख्या की **परवर्ती संख्या** प्राप्त होती है।
2. किसी संख्या में 1 घटाकर उसकी **पूर्ववर्ती संख्या** प्राप्त होती है।
3. संख्याओं को छोटी से प्रारम्भ कर बड़ी संख्या तक व्यवस्थित करना **आरोही क्रम** कहलाता है।
4. संख्याओं को बड़ी से प्रारम्भ कर छोटी संख्या तक व्यवस्थित करना **अवरोही क्रम** कहलाता है।
5. किसी संख्या के पूर्णत: विभाजित करने वाली संख्या उस संख्या का **गुणनखण्ड** (अपवर्तक) कहलाता है।
6. किसी प्राकृत संख्या में क्रमशः 1, 2, 3, 4... के गुणन से प्राप्त संख्या उस संख्या के **गुणज** (अपवर्त्य) कहलाता है।
7. दो या उससे अधिक संख्याओं के समान अपवर्त्य में से छोटा अपवर्त्य उन संख्याओं का **लघुत्तम समापवर्त्य** कहलाता है।
8. दो या उससे अधिक संख्याओं के समान अपवर्तक में से बड़ा अपवर्तक उन संख्याओं का **महत्तम समापवर्तक** कहलाता है।

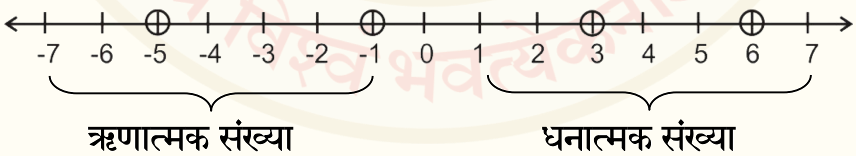
अध्याय - 3

पूर्णाङ्क

प्रिय बटुकों ! आपको स्मरण होगा कि प्राकृत संख्याएँ 1, 2, 3...... इसके पश्चात संख्याओं के समूह में 0 को सम्मिलित करने पर वे पूर्ण संख्या कहलाती है। 0, 1, 2, 3 ....। शून्य से छोटी संख्या ऋणात्मक होती है। अब हमें ज्ञात हो चुका है कि संख्या ऋणात्मक भी होती है। **जैसे** -1, -2, -3..... यदि हम पूर्ण संख्या के समूह (0, 1, 2, 3, 4) में ऋणात्मक संख्या (-1, -2, -3,....) को सम्मिलित कर लें तो बनने वाली नयी संख्या का समूह **पूर्णाङ्क** कहलाता है। पूर्णाङ्क संख्या को "I" से दर्शाते हैं।

पूर्णांकों की संख्या रेखा का निरूपण :-

पूर्णाङ्कों की संख्या रेखा धनात्मक पूर्णाङ्क एव ऋणात्मक पूर्णाङ्क की संख्या से बनी होती है जिनका मिलन बिन्दु 0 है। इसलिए शून्य न तो धनात्मक पूर्णाङ्क है और ना ही ऋणात्मक पूर्णाङ्क है। इस प्रकार नीचे दर्शाए अनुसार संख्या बना लेते हैं।



आप रेखा को ध्यान से देखें दायीं और स्थित प्रत्येक धनात्मक पूर्ण संख्या, संख्या रेखा पर बायीं और की प्रत्येक ऋणात्मक संख्या से बड़ी है।

उदाहरण :

–15	<	16	–3	<	3	17	>	–17
12	>	–28	–21	<	212	–72	<	–21

पूर्णाङ्क संख्या के महत्त्वपूर्ण परिणाम प्राप्त होते हैं –

- प्रत्येक धनात्मक पूर्णाङ्क, प्रत्येक ऋणात्मक पूर्णाङ्क से बड़ा है।
- शून्य प्रत्येक धनात्मक पूर्णाङ्क से छोटा होता है।
- शून्य प्रत्येक ऋणात्मक पूर्णाङ्क से बड़ा होता है।
- कोई संख्या जितनी बड़ी होगी, उसकी ऋणात्मक संख्या उतनी ही छोटी होगी।
- ऋणात्मक संख्या का ऋणात्मक एक धनात्मक पूर्णाङ्क है।

$$-(-a) = a$$

❖ **करो और सीखो –**

नीचे दी गई संख्याओं की तुलना करें -

(i) 100 $\boxed{}$ –200   100 बड़ा है (>) –200 से

(ii) –75 $\boxed{}$ 35   ....

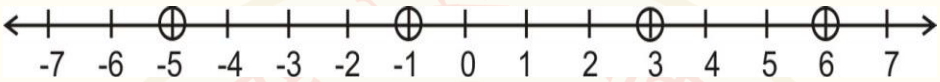
(iii) 201 $\boxed{}$ 101   ....

(iv) –150 $\boxed{}$ –200   ....

आइये, अब हम पूर्णाङ्क संख्या के योग (संकलन), घटाव (व्यवकलन) करना सीखते हैं।

नोट - पूर्णाङ्क संख्या के बीच सङ्क्रिया (+, –, ×, ÷) करते समय हमे चिह्न का प्रयोग ध्यान पूर्वक करना चाहिए।

प्रत्येक संख्या के बाद वाली संख्या उसकी **परवर्ती संख्या** कहलाती है तथा उसके पहले आने वाली संख्या **पूर्ववर्ती संख्या** कहलाती है। नीचे दी गई सारणी में संख्याओं के परवर्ती व पूर्ववर्ती लिखिए।

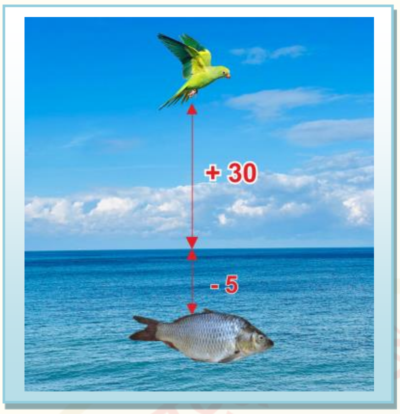


चित्र 3.1: संख्या रेखा

संख्या	परवर्ती	पूर्ववर्ती
–06	–5	–7
0		
12		
–09		
–19		

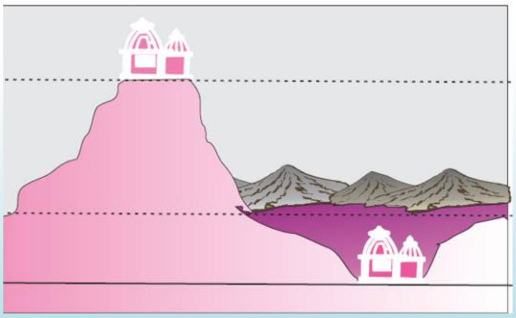
ऋणात्मक संख्याओं का उपयोग :-

1. एक तोता समुद्र तल से + 30 मीटर की ऊँचाई पर उड़ रहा है। उसके ठीक नीचे एक मछली समुद्र तल से 5 मीटर नीचे अर्थात् (-5) मीटर पर तैर रही है।



ऊँचाई को धनात्मक चिह्न तथा गहराई (नीचे) को ऋणात्मक चिह्न से दर्शाया जाता है। चित्र 3.2

2. एक मन्दिर पहाड़ी पर धरातल (पृथिवी) से 100 मीटर ऊँचाई पर है। एक खाई की धरातल से 25 मीटर नीचे अर्थात् (-25) मीटर पर है।



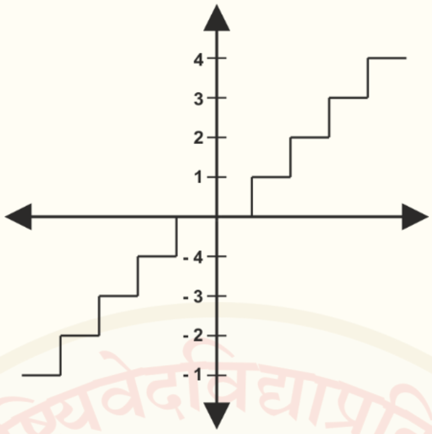
चित्र 3.3

❖ **करो और सीखो -**

1. 0 से छोटी कोई 3 संख्याएँ = ...
2. समुद्र तल से 30 मीटर नीचे = ...

➢ **सोचिए :-**

प्रशांत छत पर जाने के लिए सीढ़ियों की संख्या धनात्मक पूर्णाङ्क संख्या और भूमि से नीचे गोदाम में जाने के लिए ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या तथा भूमि तल को संख्या 0 से निरूपित करता है।



चित्र 3.4

क्या प्रशांत इन पूर्णाङ्क संख्या को सही निरूपित किया है ?

दो धनात्मक पूर्णाङ्क संख्या का योग

संस्कृत ज्ञान प्रणाली में "ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त" के अन्तर्गत पूर्णांक संख्याओं के योग करने की विधि बताई गई है ,जो कि निम्न श्लोक से स्पष्ट होती है।

धनयोर्धनमृणमृणयोर्धनर्णयोरन्तरं समैक्यं खम्।

ऋणमैक्यं च धनमृणधनशून्यो: शून्ययो: शून्यम्॥

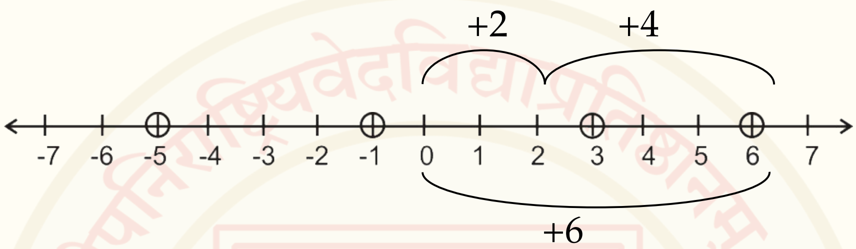
(ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त,कुट्टकाध्याय: 30)

उपर्युक्त श्लोक में बताया गया है कि धनात्मक अङ्कों का योग धनात्मक एवं ऋणात्मक अङ्कों का योग ऋणात्मक होता है । धनात्मक एवं ऋणात्मक अङ्कों का अन्तर ही योग होता है। समान धनात्मक एवं ऋणात्मक अङ्कों का योग शून्य होता है। धनात्मक एवं ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या शून्य के साथ योग करने पर वहीं पूर्णाङ्क संख्या प्राप्त होती है।दो शून्यों का योग शून्य होता है।

ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त के अतिरिक्त बीजगणितम् (धनर्णसङ्कलन पृ. 5) में भी पूर्णांक संख्याओं के योग के विषय में बताया गया है

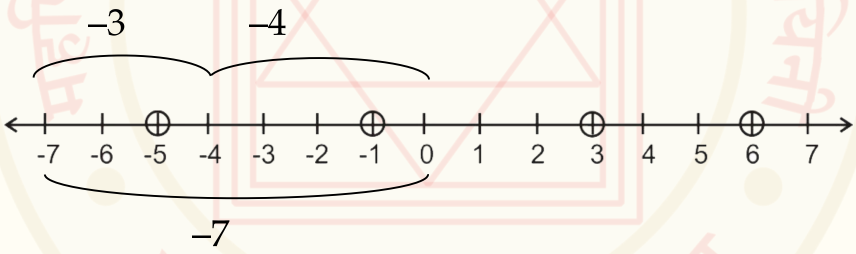
(i) **पूर्णाङ्क संख्या के योग :-**

(+4) + (+2) = +6



(ii) **दो ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या का योग :-**

(–4) + (–3) = –7



जब धनात्मक पूर्णाङ्क का योग करते हैं तो हम दोनों बार दायीं ओर चलते हैं। फलत: दायीं ओर ही पहुँचते हैं और परिणाम धनात्मक प्राप्त होता है। अतः हम कह सकते हैं कि **धनात्मक पूर्णाङ्क संख्या का योग धनात्मक होता है ।**

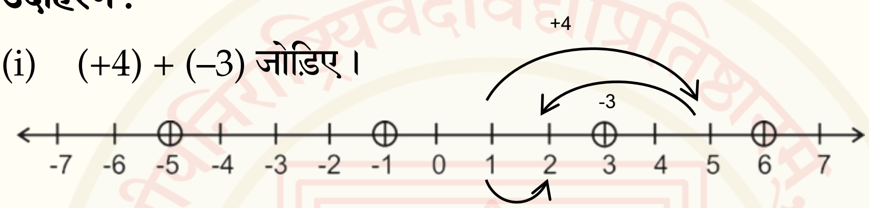
इसी प्रकार, दो ऋणात्मक पूर्णाङ्कों का योग करते हैं तो हम दोनों बार बायीं ओर चलते हैं। फलत: बायीं ओर ही पहुँचते हैं और परिणाम ऋणात्मक (-) प्राप्त होता है। अतः हम कह सकते हैं कि **ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या का योग ऋणात्मक होता है ।**

(iii) **धनात्मक एवं ऋणात्मक संख्या का योग -**

एक धनात्मक पूर्णाङ्क और एक ऋणात्मक पूर्णाङ्क के योग के लिए हम उनके चिह्नों पर बिना ध्यान दिए, **बड़े संख्यात्मक मान वाले पूर्णाङ्क में से छोटे संख्यात्मक मान वाले पूर्णाङ्क को घटाते है तथा प्राप्त परिणाम में बड़े संख्यात्मक वाले पूर्णाङ्क का चिह्न लगाते हैं।**

उदाहरण :

(i) (+4) + (–3) जोड़िए।



= +4 – 3 = +1 या 1

(ii) (– 4) + (+ 3) को जोड़िए।

= – 4 + 3 = – 1

(iii) 15 + (– 17)

= 15 – 17 = – 2

(iv) (– 70) + (+ 100)

= – 70 + 100 = + 30

❖ **करो और सीखो -**

निम्न सारणी को पूर्ण कीजिए :-

क्र.	योग	परिणाम धनात्मक/ऋणात्मक	योगफल
1.	(– 6) + (+ 2)		

2.	(– 9) + (– 1)		
3.	(+ 3) + (– 5)		
4.	(+ 2) + (+ 4)		

पूर्णाङ्कों संख्या का व्यवकलन (अन्तर) :-

ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त में पूर्णाङ्क संख्याओं के व्यवकलन ज्ञात करने की विधि निम्न श्लोक में बताए गई है।

ऊनमधिकाद्विशोध्यं धनं धनादृणादधिकमूनम्।

व्यस्तं तदन्तरं स्यादृणं धनं धनमृणं भवति॥

(ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त,कुट्टकाध्याय: 31)

उपर्युक्त श्लोक में पूर्णाङ्क संख्याओं के व्यवकलन के बारे में यह बताया गया है कि अधिक धन में से अल्प धन को घटाने से शेष धन एवं अधिक ऋण में से अल्प ऋण को घटाने पर शेष ऋण होता है। किसी पूर्णाङ्क संख्या में से अधिक धन के घटाने से शेष ऋण तथा अधिक ऋण घटाने से शेष धन होता है।

ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त के अतिरिक्त बीजगणितम् (धनर्णसङ्कलन पृ. 7) में भी पूर्णांक संख्याओं के व्यवकलन की विधि के बारे में बताया गया है ।

हमें पूर्णाङ्क संख्या का व्यवकलन ज्ञात करने से पूर्व चिह्नों के मध्य गुणन की प्रक्रिया को समझना बहुत आवश्यक है।

चिह्नों के मध्य गुणन

(–)	×	(–)	=	+
(+)	×	(+)	=	+
–	×	+	=	–
+	×	–	=	–

(i) **दो धनात्मक पूर्णाङ्क में मध्य व्यवकलन**

$(+7) - (+5)$

$= 7 - 5 = 2$

हम जानते हैं।

$- \times - = +$

(ii) **दो ऋणात्मक संख्या के मध्य व्यवकलन**

$(-7) - (-5)$

$= -7 + 5 = -2$

नोट :- ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या का ऋणात्मक एक धनात्मक पूर्णाङ्क होता है।

$-(-a) = +a$ या a

(iii) **धनात्मक एवं ऋणात्मक संख्या के मध्य व्यवकलन :-**

(क) $(-7) - (+15)$

$= -7 - 15$

$= -22$

चिह्नों के मध्य गुणन : $- \times + = -$

(ख) $(15) - (-7)$

$= 15 + 7$

$= 22$

चिह्नों के मध्य गुणन: $- \times - = +$

(ग) $(+4) - (-16)$

$= 4 + 16$

$= 20$

चिह्नों के मध्य गुणन: $- \times - = +$

(घ) $(+4) + (-5)$

$= 4 - 5$

$= -1$

चिह्नों के मध्य गुणन: $+ \times - = -$

❖ **करो और सीखो -**

निम्न का व्यवकलन करें।

(i) $(+7) - (+4) =$ ☐

(ii) $(+7) - (-4) =$ ☐

(iii) $(-7) - (-4) =$ ☐

(iv) $(+7) - (-4) =$ ☐

BODMAS (कोकाभागुयोघ):-

का करके पुनि भाग कर, फिर गुण लेह सुजान।

ता पिछे धन, ऋण कर, भिन्न रीति यह जान ॥

को	=	कोष्ठक	:	( ) , { }, [ ]
का	=	के लिए *	:	$(\ )^2$ या $\sqrt{(\ )}$
भा	=	भाग	:	÷
गु	=	गुणा	:	×
यो	=	योग	:	+
घ	=	घटाव	:	−

* = घाताङ्क

अक्षर श्रृङ्खला "कोकाभागुयोघ" में 'को' कोष्ठक के लिए, 'का' सङ्क्रिया का के लिए, 'भा' सङ्क्रिया भाग के लिए, 'गु' गुणन के लिए, 'यो' योग के लिए तथा 'घ' घटाने (व्यवकलन) की सङ्क्रिया के लिए प्रयुक्त किया गया है।

कोष्ठक को हटाने के नियम :-

1. कोष्ठक क्रम ( ) (छोटा कोष्ठक), { } (मझला या धनु), [ ] (बड़ा कोष्ठक) कहते हैं। कोष्ठक के हटाने का अर्थ है हम कोष्ठक के अंदर के व्यंजक को सरल बनाते हैं।
2. यदि कोष्ठक के पहले + (धन) चिह्न है तो कोष्ठक के अंदर प्राप्त अन्तिम पूर्णाङ्क का चिह्न बदले बिना कोष्ठक हट जाता है।
3. यदि कोष्ठक के पहले – (घटाव) चिह्न है, तो कोष्ठक को हटा कर प्राप्त अन्तिम पूर्णाङ्क का चिह्न बदल दिया जाता है।
4. यदि कोष्ठक के पहले कोई संख्या है तो कोष्ठक के अन्दर प्राप्त अन्तिम पूर्णाङ्क का उस संख्या में गुणा करके कोष्ठक को हटा दिया जाता है।

उदाहरण : 1. $30 - 5 \times 2$ का $3 + (19 - 3) \div 8$

हल: $30 - 5 \times 2$ का $3 + (19 - 3) \div 8$ BODMAS नियम से :

$= 30 - 5 \times 2$ का $3 + 16 \div 8$ (कोष्ठक ( ) हटाना)

$= 30 - 5 \times 6 + 16 \div 8$ (का अर्थ 2 का 3 से $2 \times 3 = 6$)

$= 30 - 5 \times 6 + 2$ (भा. अर्थात् $16 \div 8 = 2$)

$= 30 - 30 + 2$ (गु. अर्थात् गुणा $5 \times 6 = 30$)

$= 32 - 30$ (घटाव) $(30 + 2 = 32)$

$= 2$ (घटाव) $(32 - 30 = 2)$

उदाहरण : निम्न को सरल करें -

(i) $120 - 20 \div 2$

हल: $120 - 20 \div 2$ {भाग}

$= 120 - 10$ {घटाव}

$= 110$

(ii) $28 - 5 \times 6 + 2$

हल: $28 - 30 + 2$

या $= 28 + 2 - 30$

$= 30 - 30 = 0$

(iii) $17 + (-3) + 7$

हल: $17 - 3 + 7$

या $= 17 + 7 - 3$

$= 24 - 3 = 21$

(iv) $4 - (-5) \times 4$

हल: $4 + 5 \times 4$

$= 4 + 20 = 24$

प्रश्नावली- 3.1

1) निम्नलिखित संख्याओं को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए।

(i) -4 (ii) 3 (iii) -7

2) उचित चिह्नों(+,-) का प्रयोग करते हुए संख्या लिखें ।

(i) पानी 60°c पर गर्म होता है।

(ii) बैंक के खाते में 500 रुपये जमा करना।

(iii) कृष्णा को एक पुस्तक बेचने में 30 रुपये की हानि हुई।

(iv) समुद्र तल से 70 मीटर नीचे।

3) चिह्नों (>, < एवं =) का प्रयोग कर छोटी एवं बड़ी संख्या बताइए।

(i) 4	$\square$	-8	(IV) -4	$\square$	-6
(ii) -7	$\square$	12	(V) -2	$\square$	5
(iii) 0	$\square$	-1	(VI) 1	$\square$	-6

4) निम्नलिखित का योगफल ज्ञात कीजिए?

(i) $(+9)+(+3) =$	$\square$	(vi) $(11)+(-2) =$	$\square$
(ii) $(-2)+(+8) =$	$\square$	(vii) $(-300)+(100) =$	$\square$
(iii) $(+4)+(-10) =$	$\square$	(viii) $(-4)+(+100) =$	$\square$
(iv) $(-1)+(-3) =$	$\square$	(ix) $(-100)+(100) =$	$\square$
(v) $(+4)+(+5) =$	$\square$	(x) $0+(-1) =$	$\square$

5) निम्नलिखित संख्या का व्यवकलन ज्ञात कीजिए ?

(i)	(+ 32) – (+ 16) =	(vi)	(+ 4) – (– 3) =
(ii)	(+ 7) – (+ 10) =	(vii)	(– 3) – (– 10) =
(iii)	(+ 10) – (– 7) =	(viii)	(– 4) + (– 2) =
(iv)	(+ 4) – (– 12) =	(ix)	(–100) – (200) =
(v)	(– 12) + (+ 8) =	(x)	(+ 300) + (200) =

6) रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए।

(i) – 3 + …………….. = 0

(ii) 11 + (– 11) = ……………..

(iii) 14 – ………………… = 16

(iv) 7 + …………………. = 0

(v) (– 3) + …………….. = – 7

(vi) (– 4) + …………….. = – 8

(vii) (– 3) + ……………. = – 7

7) रिक्त-स्थानों की पूर्ति (> , < एवं =) चिह्न लगाकर कीजिए -

(i) (– 7) + (– 2) ……………. (– 2) + (– 4)

(ii) 10 + (– 20) ……………. (– 20) – (– 10)

(iii) 40 – (– 10) ……………. – 40 + (+70)

8) हल कीजिए- (BODMAS **के नियमों** का प्रयोग कर)

1. $3 + 5 - 10$ = ...
2. $3 \times 4 + 2$ = ...
3. $-3 + 4 - 3$ = ...
4. $-3 \times (-2) + 1$ = ...
5. $-7 \times 2 + 2$ = ...
6. $2 \times 18 \div 2$ = ...
7. $1 + 9 \times 3 - 3$ = ...
8. $2 + 14 \div 7$ = ...
9. $2 + 21 \div 7 - 3$ = ...
10. $3 - 35 \div 5 + 4$ = ...

9) सत्य / असत्य लिखिए -

(i) सबसे छोटी ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या –1 है ।

(ii) सबसे छोटी धनात्मक पूर्णाङ्क संख्या 1 है ।

(iii) किसी ऋणात्मक संख्या का ऋणात्मक धनात्मक प्राप्त होता है ।

(iv) 0 ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या है ।

(v) – 5 से 5 अधिक है ।

(vi) + 20 से – 3 से अधिक है ।

(vii) – 100 से – 200 अधिक है ।

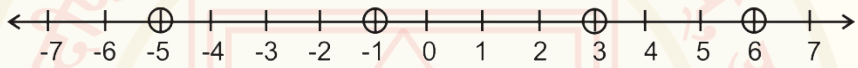
(viii) – 100 से 50 कम है ।

(ix) – 4 का परवर्ती संख्या – 3 है।

(x) – 5 का पूर्ववर्ती संख्या – 4 है ।

➢ **हमने सीखा :-**

1. ऋणात्मक चिह्नों (-) वाली संख्याओं की आवश्यकता होने पर हम संख्या रेखा पर शून्य से नीचे की ओर जाना पड़ता हैं। ये ऋणात्मक संख्याएँ कहलाती हैं। **जैसे** - खाई का गर्त, किसी टैंक में तेल का स्तर, तापमान एवं व्यापार में नुकसान या फायदे (लाभ) में ऋणात्मक चिह्नों वाली संख्या का प्रयोग करना।

2. 

उपर्युक्त संख्याओं के संग्रह को पूर्णाङ्क कहते हैं।

जहाँ - ऋणात्मक पूर्णाङ्क = – 1, – 5, ... धनात्मक पूर्णाङ्क = 3 , 6 , ...

शून्य = 0 (यह न तो धनात्मक पूर्णाङ्क हैं ओर न ही ऋणात्मक पूर्णाङ्क)

3. किसी संख्या की पूर्ववर्ती एवं परवर्ती संख्या क्रमशः 1 घटाने एवं 1 जोड़ने से प्राप्त होती है।

4. पूर्णाङ्क संख्या को जोड़ने में चिह्नों (+ , –) का प्रयोग करना।

(i) जब समान चिह्न हो तो जोड़िए और वहीं चिह्न लगाइए ।

जैसे - (i) $(+4) + (+4) = +8$

(ii) $(-4) + (-2) = -6$

(ii) जब हमारे पास अलग-अलग चिह्न वाली संख्याएँ हो तो उन्हें घटाकर बड़ी संख्या का चिह्न लगा देते हैं।

जैसे - (i) $(+4) + (-2) = +4 - 2 = +2$

(ii) $(-4) + (+2) = -4 + 2 = -2$

5. पूर्णाङ्क संख्याओं के घटाव में चिह्नों का प्रयोग

(i) ऋणात्मक संख्या का ऋणात्मक धनात्मक प्राप्त होता है।

जैसे - (i) $-(-4) = +4$

(ii) किसी धनात्मक संख्या का ऋणात्मक सदैव ऋणात्मक तथा ऋणात्मक संख्या का धनात्मक सदैव ऋणात्मक प्राप्त होता है।

जैसे - (i) $-(+4) = -4$

(ii) $+(-4) = -4$

(iii) धनात्मक संख्या का धनात्मक (+) धनात्मक होता है।

जैसे - $+(+4) = +4$

6. BODMAS ("कोकाभागुयोघ") के नियम का अध्ययन किया।

अक्षर श्रृङ्खला **BODMAS (कोकाभागुयोघ)** में

को	=	कोष्ठक	:	( ) , { }, [ ]
का	=	के लिए *	:	$(\ )^2$ या $\sqrt{\ }$
भा	=	भाग	:	$\div$
गु	=	गुणा	:	$\times$
यो	=	योग	:	$+$
घ	=	घटाव	:	$-$

* = घाताङ्क

अध्याय – 4

वैदिक गणित

प्रिय बटुकों ! भारत विश्व गुरु हमारे वैदिक ऋषि मुनियों द्वारा दिये ज्ञान के कारण था। "वैदिक गणित" जगद्गुरूस्वामी भारती कृष्ण तीर्थ जी के द्वारा बताया गया, वैदिक गणित एक ऐसी पद्धति है। जिसमें जटिल अङ्कगणितीय गणनाएँ अत्यन्त ही सरल एवं त्वरित (जल्द) सम्भव हैं।

एकाधिकेन :-

जिस संख्या का एकाधिक करना होता है तो उस संख्या के इकाई अङ्क (दायें ओर से प्रथम अङ्क) के ऊपर एक बिन्दु (•) लगा देते हैं। यह बिन्दु एकाधिक चिह्न कहलाता है। **एकाधिकेन = एक अधिक करना**

एकाधिक संख्या	एकाधिक सङ्केत	नवीन संख्या
3 का एकाधिक	$\dot{3}$	4
7 का एकाधिक	$\dot{7}$	8
12 का एकाधिक	$1\dot{2}$	13
125 में 2 का एकाधिक	$1\dot{2}5$	135
245 में 5 का एकाधिक	$24\dot{5}$	246

एकाधिकेन पूर्वेण :-

एकाधिकेन पूर्वेण दो शब्द "एकाधिक" और "पूर्वे" से बना है। इन शब्दों का अर्थ "पूर्व से एक अधिक" है। निम्नलिखित को ध्यान से देखें व समझें -

जैसे :- (i) संख्या 42 में 2 का पूर्व अङ्क 4 है।

(ii) संख्या 743 में 4 का पूर्व अङ्क 7 है।

(iii) संख्या 134 में 1 का पूर्व अङ्क 0 है।

अतः संख्या = 0134

ध्यान दीजिए :-

संख्या 4732 में अङ्क 2 का **एकाधिकेन पूर्वेण** लिखना है। जिसका सङ्केत

$47\dot{3}2$ से नया मान प्राप्त होता है = 4742

इस प्रकार,

4732 में 3 का एकाधिकेन पूर्वेण = $4\dot{7}32$

अतः नया मान 4832 प्राप्त होगा।

संख्या	एकाधिकेन पूर्वेण सङ्केत	नवीन संख्या
16 में अङ्क 6	$\dot{1}6$	26
325 में अङ्क 5	$3\dot{2}5$	335
275 में अङ्क 2	$\dot{0}275$	1275
2017 में अङ्क 0	$\dot{2}017$	3018
2123 में अङ्क 3		

2257 में अङ्क 5		
2697 में अङ्क 9		
2217 में अङ्क 1		
2854 में अङ्क 5	$28\dot{5}4$	
2127 में अङ्क 1		
197 में अङ्क 7	$1\dot{9}7$	207

एकाधिकेन पूर्वेण विधि द्वारा योग करना

इस विधि में दो अङ्कों का योग 10 या अधिक होते ही पूर्व अङ्क पर एकाधिकेन का चिह्न लगा देते हैं। यही प्रक्रिया आगे चलती रहती है।

उदाहरण : संख्या 18 एवं 36 का योगफल ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\begin{array}{r} 18 \\ +\ \dot{3}6 \\ \hline 54 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) दाहिने अङ्कों का योग = 8 + 6 = 14

(ii) जो 10 से अधिक है अतः नीचे 4 लिखेंगे तथा 6 के पूर्व अङ्क 3 पर एकाधिकेन का चिह्न लगाएंगे।

(iii) $1 + \dot{3}$ $\quad (\dot{3} = 3 + 1)$

$= 1 + 4 = 5$

उदाहरण : 7 रुपये 70 पैसे , 23 रुपये 45 पैसे एवं 38 रुपये 50 पैसे को जोड़िये।

हल :

रुपये	**पैसे**
7 .	70
$\dot{2}\dot{3}$.	45
+ 38 .	50
69 .	65

सङ्केत

(i) 0 + 5 + 0 = 05

(ii) 7 + 4 = 11 अतः 4 के पूर्वेण अङ्क 3 पर एकाधिकेन चिह्न लगता है। शेषफल 1 + 5 = 06 लिखा गया योग दहाई के स्थान पर ।

(iii) 7 + $\dot{3}$ = 11 अतः 3 के पूर्व अङ्क 2 पर एकाधिकेन चिह्न

(iv) शेषफल 1 + 8 = 9 नीचे लिखा योग में सैकड़े के स्थान पर।

(v) $\dot{2}$ + 3 = 6 नीचे लिखा योग के स्थान पर।

प्रश्नावली:- 4.1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) संख्या 12 का एकाधिकेन होगा-

(I) 11 (II) 13 (III) 21 (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) संख्या 125 में 5 का एकाधिकेन पूर्वेण का संकेत होगा-

(I) $1\dot{2}5$ (II) $12\dot{5}$ (III) $\dot{1}25$ (IV) इनमें से कोई नहीं

(स) संख्या 215 में 5 का एकाधिकेन पूर्वेण करने पर नवीन संख्या………. बनती है।

(I) 225 (II) 216 (III) 325 (IV) इनमें से कोई नहीं

2. नीचे दी गई सारणी में एकाधिक कर पूर्ण करें :-

संख्या	एकाधिकेन सङ्केत	नवीन संख्या
0 का एकाधिक	$\dot{0}$	1
135 का एकाधिक	$13\dot{5}$	136
246 में 2 का एकाधिक	$\dot{2}46$	346
134 में 4 का एकाधिक		
245 में 5 का एकाधिक		
178 में 7 का एकाधिक		
17 का एकाधिक		
2486 में 8 का एकाधिक		

3124 में 2 का एकाधिक		
3124 में 1 का एकाधिक		

3. नीचे दी गई सारणी में एकाधिकेन पूर्वेण कर पूर्ण करें :-

संख्या	**एकाधिकेन पूर्वेण सङ्केत**	**नवीन संख्या**
325 में अङ्क 5 का	$3\dot{2}5$	335
780 में अङ्क 0 का	$7\dot{8}0$	790
318 में अङ्क 8 का	$3\dot{1}8$	
207 में अङ्क 0 का	$\dot{2}07$	
273 में अङ्क 7 का		
284 में अङ्क 8 का		
345 में अङ्क 4 का		
135 में अङ्क 3 का		
135 में अङ्क 5 का		
135 में अङ्क 1 का	$\dot{0}135$	1135
245 में अङ्क 2 का		
741 में अङ्क 7 का		

4. नीचे दी गई संख्या के एकाधिकेन पूर्वेण सूत्र द्वारा योग ज्ञात कीजिए :-

(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
38	37	83	39	26
+ 44	+ 35	+ 18	+ 14	+ 36
____	____	____	____	____

एकन्यूनेन :-

जिस संख्या का एकन्यूनेन करना होता है उस संख्या के नीचे एक बिन्दु (•) लगा देते हैं। यह बिन्दु एकन्यूनेन का चिह्न कहलाता है।

एकन्यूनेन :- एक कम करना

संख्या	एकन्यूनेन सङ्केत	नवीन संख्या
3 का एकन्यूनेन	3	2
234 में 3 का एकन्यूनेन	234	224
134 में 4 का एकन्यूनेन	134	133

एकन्यूनेन पूर्वेण :- एकन्यूनेन पूर्वेण दो शब्द "एकन्यून"और "पूर्वे" से बना है। जिसका अर्थ "पूर्व से एक कम" है। निम्नलिखित को ध्यान पूर्वक देखें एवं समझकर सारणी को पूर्ण करें।

उदाहरण : नीचे दी गई सारणी में एकन्यूनेन पूर्वेण कर लिखिए :-

संख्या	एकन्यूनेन पूर्वेण सङ्केत	नवीन संख्या
234 में 3 का एकन्यूनेन पूर्वेण	234	134
246 में 6 का एकन्यूनेन पूर्वेण	246	236
731 में 3 का एकन्यूनेन पूर्वेण	731	
543 में 4 का एकन्यूनेन पूर्वेण		
714 में 1 का एकन्यूनेन पूर्वेण		
241 में 4 का एकन्यूनेन पूर्वेण		
342 में 4 का एकन्यूनेन पूर्वेण		
782 में 2 का एकन्यूनेन पूर्वेण		772

परममित्र अङ्क -

गतिविधि : उत्सव के दादा जी कहते हैं कि में घटाव (अन्तर) की दूसरी विधि बताता हूँ उससे पूर्व परममित्र अङ्क जानना जरूरी है।

उत्सव - ये परम मित्र अङ्क क्या होते हैं ?

दादा जी - परममित्र, **जिन दो अङ्कों को आपस में जोड़ने पर योग 10 आए , वे अङ्क परस्पर परममित्र अङ्क होते हैं।** जैसे - 8 का परममित्र अङ्क 2 होता है। इसी प्रकार 7 का परममित्र अङ्क 3 होता है।

खुशी - अच्छा तो 5 का परममित्र अङ्क 5 ही होगा।

दादा जी - हाँ ,बिल्कुल ठीक है।

करो और सीखो: निम्न अङ्कों के परम्मित्र अङ्क लिखकर सारणी को पूर्ण करें ।

अङ्क	परममित्र अङ्क	अङ्क	परममित्र अङ्क
1	9	4	
0	10	7	
6		2	
3		5	
5		6	

दादा जी - आइये, अब हम परममित्र अङ्क का प्रयोग कर एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र द्वारा घटाव करना सीखते हैं ।

उदाहरण : 85 में से 26 को व्यवकलित (अन्तर) कीजिए।

हल:

$$\begin{array}{r} 85 \\ -\ 26 \\ \hline 59 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) 5 में से 6 नहीं घटता है अतः 6 का परममित्र 4 है अब 4 को 5 में जोड़ते है और 4 + 5 = 9 नीचे लिखते हैं।

(ii) ऊपर 5 के पूर्व अङ्क 8 में एक न्यूनेन का चिह्न लगाएंगे।

(iii) (8 = 7) 7 में से 2 घटता है अतः 7 – 2 = 5 नीचे लिखेंगे।

उदाहरण : 546 में से 287 घटाइये।

हल:

$$\begin{array}{r} 546 \\ -\,287 \\ \hline 259 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) 6 में से 7 नहीं घटता है अतः 7 का परममित्र अङ्क 3 है अब 6 और परममित्र अङ्क 3 का योग 6 + 3 = 9 नीचे लिखेंगे।

(ii) 6 के पूर्व 4 पर एकन्यूनेन का चिह्न लगाएंगे।

(iii) (4 = 3) 3 में से 8 नहीं घटता है अब 8 नहीं घटता है अब 8 का परममित्र अङ्क 2 है। अतः (4 = 3) 3 को और परममित्र अङ्क 2 को योग कर 3 + 2 = 5 नीचे लिखेंगे।

(iv) 4 के पूर्व अङ्क 5 पर एकन्यूनेन चिह्न लगाएंगे। अतः (5 = 4) 4 में से 2 घटता अब 4 – 2 = 2 को नीचे लिखिए।

प्रश्नावली- 4.2

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) संख्या 14 का एकन्यूनेन होगा-

(I) 11 (II) 13 (III) 12 (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) संख्या 134 में 3 का एकाधिकेन पूर्वेण का संकेत होगा-

(I) $\underset{\cdot}{1}34$ (II) 134 (III) 134 (IV) इनमें से कोई नहीं

(स) संख्या 348 में 4 का एकन्यूनेन पूर्वेण करने पर नवीन संख्या .... बनती है।

(I) 338 (II) 248 (III) 347 (IV) इनमें से कोई नहीं

1) नीचे दी गई संख्याओं के एकन्यून संख्या लिखिए :-

(i) 234 (ii) 133 (iii) 15 (iv) 18

2) नीचे दी गई संख्या में एकन्यूनेन पूर्वेण संख्या लिखिए :-

(i) 248 में अङ्क 4 का (ii) 1345 में अङ्क 4 का

(iii) 1280 में अङ्क 8 का (iv) 3467 में अङ्क 6 का

(v) 3421 में अङ्क 1 का (vi) 3217 में अङ्क 1 का

3) एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र से व्यवकलन (अन्तर) कीजिए।

(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
43	84	56	568	842
– 17	– 57	– 39	– 279	+ 384
______	______	______	______	______

विचलन :-

वैदिक गणित में सामान्यत: 10, 100, 1000 अथवा 10 की घात को संख्या आधार मानकर गणनाएँ सरलता से की जाती हैं।

यदि संख्या में से उसका आधार घटा दिया जाए तो शेषफल को **विचलन** कहते हैं। अतः आधार से कम या ज्यादा मान को ही **विचलन** कहा जाता है। आधार से कम मान को ऋणात्मक विचलन व अधिक मान को धनात्मक विचलन कहते हैं।

विचलन = संख्या - आधार

❖ **करो और सीखो :-**

संख्या	विचलन
9	10 से कितना कम .... – 1
85	100 से कितना कम .... – 15
102	100 से कितना अधिक .... + 2
113	100 से कितना अधिक ....
97	100 से कितना कम ....
7	10 से कितना कम ....
114	100 से कितना अधिक ....
89	100 से कितना कम ....

विनकुलम् :-

वैदिक गणित में प्रयुक्त संख्याओं के अङ्कों ऋणात्मक रूप में लिखने को **विनकुलम्** कहते हैं। यहाँ पर 5 से बड़े अङ्क को छोटे अङ्कों में बदलने से गणनाएँ छोटी सरल और आसान हो जाती है।

जैसे - 8 अङ्क 10 से 2 कम है ।

अतः $8 = 10 - 2$

$= 10 + \bar{2}$ (-2 को विनकुलम् में लिखते हैं $\bar{2}$)

$= 1\bar{2}$

इस प्रकार,

7 का विनकुलम् संख्या $= 10 - 3$

$= 10 + \bar{3}$

$= 1\bar{3}$

उपर्युक्त का विलोम करने पर सामान्य संख्या प्राप्त करना सीखते हैं।

उदाहरण : $1\bar{4}$ को सामान्य संख्या बनाइये।

$1\bar{4} = 10 + \bar{4}$

हल : $= 10 - 4$

$= 6$

अतः $1\bar{4}$ की सामान्य संख्या 6 है।

उदाहरण : 64 का विनकुलम् संख्या में बदलिए –

हल :

64

$= \dot{0}\bar{4}4$

$= 1\bar{4}4$

सङ्केत

(i) अङ्क 4 को यथावत् रखेंगे तथा 6 का परममित्र अङ्क 4 पर विनकुलम् रेखा खींचिए।

(ii) 4 पूर्वण अङ्क 0 पर एकाधिकेन चिह्न लगाइए।

(iii) $\dot{0} = 1$ लिखिए।

उदाहरण : 067 को विनकुलम् संख्या में बदलिए –

हल :

067

$= 0\dot{6}\bar{3}$

$= 07\bar{3}$

$= \dot{0}\bar{3}\bar{3}$

$= 1\bar{3}\bar{3}$

सङ्केत

(i) 7 का परममित्र अङ्क 3 विनकुलम् रेखा खींचिए।

(ii) 7 के पूर्व अङ्क 6 पर एकाधिकेन चिह्न $(\dot{6})$ लगाइये।

(iii) $(\dot{6} = 7)$ अतः 7 का परममित्र अङ्क 3 पर विनकुलम् रेखा

(iv) 7 के पूर्वंण अङ्क 0 पर एकाधिकेन चिह्न लगाइये।

(v) $\dot{0} = 1$ लिखिए।

विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या में बदलना :-

(i) विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या में बदलने के लिए विनकुलम् अङ्क का धनात्मक मान लिजिए।

(ii) विनकुलम् संख्या के जिस अङ्क के ऊपर रेखा (–) बनी हो उसका परममित्र लिखेंगे।

(iii) जिस अङ्क पर रेखा बनी हो उससे पूर्व अङ्क पर एकन्यून चिह्न लगाए।

(iv) यदि विनकुलम् संख्या में तीन अङ्क हैं, तो दहाई अङ्क को सामान्य में बदलने के बाद इकाई अङ्क बदलेंगे।

उदाहरण : $2\bar{4}$ को सामान्य संख्या में बदलिए।

	सङ्केत
$= 2\bar{4}$	(i) 4 के धनात्मक मान 4 का परममित्र अङ्क 6 लिखिए।
$= 26$	(ii) 4 के पूर्वण अङ्क 2 पर एकन्यून का चिह्न (2) लगाइए।
$= 16$	(iii) (2 = 1) 1को नीचे लिखेंगे।

उदाहरण : $5\bar{3}\bar{2}$को सामान्य संख्या में बदलिए।

	सङ्केत
$= 5\,\bar{3}\bar{2}$	(i) दहाई के स्थान के धनात्मक अङ्क $\bar{3}$ का परममित्र अङ्क 7 लिखिए।
$= 5\,7\,\bar{2}$	(ii) $\bar{3}$ के पूर्वण अङ्क 5 पर एक न्यून चिह्न लगाइए जैसे 5 = 4
$= 4\,7\,\bar{2}$	(iii) इकाई के स्थान पर $\bar{2}$ के धनात्मक मान 2 का परममित्र अङ्क 8 लिखिए।
$= 4\,7\,8$	(iv) $\bar{2}$ पूर्व अङ्क 7 पर एकन्यून चिह्न 7 लगाइए।
$= 4\,6\,8$	(v) 7 = 6 नीचे लिखें।

पहाड़े लिखने की वैदिक गणित पद्धति (विनकुलम् से) :-

वैदिक चिन्तन में पहाड़ों के क्रम (गुणज) का कई मन्त्रों में प्रमाण मिलता है।

• **10 का पहाड़ा-**

दशभ्य स्वाहा विंशत्यै स्वाहा त्रिंशते स्वाहा चत्वारिंशते स्वाहा पञ्चाशते स्वाहा षष्ट्यै स्वाहा सप्तत्यै स्वाहाऽशीत्यै स्वाहा नवत्यै स्वाहा शताय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा। (तैत्तिरीय संहिता : 7/2/18)

• **20 का पहाड़ा-**

विंशत्यै स्वाहा चत्वारिंशते स्वाहा षष्ट्यै स्वाहाऽशीत्यै स्वाहा शताय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा। (तैत्तिरीय संहिता : 7/2/18)

उपर्युक्त मन्त्र में 10 का पहाड़ा (100 तक)एवं 20 का पहाड़ा का उल्लेखित है। इसके अतिरिक्त तैत्तिरीय संहिता के 7/2/15 (4 का पहाड़ा 20 तक) एवं तैत्तिरीय संहिता (7/2/16) (5 का पहाड़ा 20 तक) में भी उल्लेख मिलता है। आइए , वैदिक गणित में विनकुलम् संख्या से पहाड़े लिखना सीखते हैं। जिससे पहाड़े, पहाड़ जैसे न लगकर बहुत सरल हो जाते हैं।

विधि :- (i) जिस संख्या का पहाड़ा लिखना है उसे विनकुलम् में बदलिए।

(ii) विनकुलम् संख्या के दहाई व इकाई अङ्कों को पहचाने ।

(iii) निर्देशानुसार विनकुलम् अङ्कों में क्रमशः दायीं ओर घटाये एवं बायीं ओर जोड़ते जाए।

आइये,हम उपर्युक्त विधि अनुसार पहाड़े लिखते है।

उदाहरण: 9 का पहाड़ा लिखिए।

हल: 09 को विनकुलम् $9 = 10 - 1 = 1\bar{1}$

यहाँ $1\bar{1}$ के इकाई अङ्क $\bar{1}$ यानि एक कम होता है एवं दहाई का अङ्क एक अधिक होता है।

$$\begin{array}{ccccc}
 & & 09 & & \\
 & & \underline{1\bar{1}} & & \\
 & & 09 & & \\
(0+1) & \rightarrow & 18 & \leftarrow & (9-1) \\
(1+1) & \rightarrow & 27 & \leftarrow & (8-1) \\
(2+1) & \rightarrow & 36 & \leftarrow & (7-1) \\
(3+1) & \rightarrow & 45 & \leftarrow & (6-1) \\
(4+1) & \rightarrow & 54 & \leftarrow & (5-1) \\
 & & 63 & & \\
 & & 72 & & \left.\begin{array}{l}\text{इसी तरह} \\ \text{आगे भी}\end{array}\right\} \\
 & & 81 & & \\
 & & 90 & &
\end{array}$$

उदाहरण : 8 का पहाड़ा लिखिए।

हल:

$$\begin{array}{ccccc}
 & & 08 & & \\
 & & \underline{1\bar{2}} & & \\
 & & 08 & & \\
(0+1) & \rightarrow & 16 & \leftarrow & (8-2) \\
(1+1) & \rightarrow & 24 & \leftarrow & (6-2) \\
(2+1) & \rightarrow & 32 & \leftarrow & (4-2) \\
(3+1) & \rightarrow & 40 & \leftarrow & (2-2) \\
(4+1) & \rightarrow & 5\bar{2} = 48 & \leftarrow & (0-2=\bar{2}) \\
(4+1) & \rightarrow & 56 & \leftarrow & (8-2=6) \\
 & & 64 & & \{\text{इसी तरह आगे भी}\} \\
 & & 72 & & \\
 & & 80 & &
\end{array}$$

{ $5\bar{2}$ को सामान्य रूप में बदलने पर $5\bar{2}$
58 = 48 }

हम इस तरह से कई पहाड़े बना सकते हैं।

17 का पहाड़ा बनाइये :-

सामान्य संख्या	17		
	$\dot{1}\bar{3}$		
विनकुलम् संख्या	$2\bar{3}$		
	17		$2\bar{3} = 20 - 3 = 17$
(1 + 2)	34	(7 – 3) = 4	
(3 + 2)	51	(4 – 3) = 1	
(5 + 2) $7\bar{2}$ =	68	(1 – 3 = –2)	$7\bar{2}$ का सामान्य रूप 68 है।
(6 + 2)	85	(8 – 3) = 5	17 = 20 – 3 = 23
(8 + 2)	102	(5 – 3) = 2	
(10 + 2) $12\bar{1}$ =	119	(2 – 3 = $\bar{1}$)	($12\bar{1}$ = 129 = 119)
(11 + 2)	136	(9 – 3 = 6)	
(13 + 2)	153	(6 – 3 = 3)	
(15 + 2)	170	(3 – 3 =0)	

वैदिक गणित से गुणा :-

$$\begin{array}{rl} 12 & \leftarrow \text{गुण्य} \\ \times\ 3 & \leftarrow \text{गुणक} \\ \hline 36 & \leftarrow \text{गुणनफल} \\ \hline \end{array}$$

(1) **'अन्त्ययोर्दशकेऽपि' सूत्र द्वारा गुणा :-**

वैदिक गणित में यह सूत्र गुणा करने में वहीं काम आता है। जहाँ,

(i) गुण्य और गुणक के इकाई के अङ्कों का योग 10 हो तथा बाकि अङ्क समान हो।

(ii) इकाई के अङ्कों को गुणा दो अङ्क में बनाकर दायीं तरफ लिखें।

(iii) इकाई के समान अङ्क का एकाधिकेन लेकर गुणा कर गुणनफल को बायीं तरफ लिखें।

उदाहरण : 24 को 26 से गुणा करें।

हल :

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 26 \\ \hline 624 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) $4 + 6 = 10$ है तथा गुण्य व गुणक के शेष अङ्क समान हैं।

(ii) $4 \times 6 = 24$ को दाहिनी तरफ लिखेंगे और

(iii) शेष अङ्क समान अङ्क 2 का एकाधिकेन 3 का गुणा $= 2 \times 3 = 6$ गुणनफल में बायीं तरफ लिखेंगे।

उदाहरण : 93 को 97 से गुणा कीजिए।

हल :

$$\begin{array}{r} 93 \\ \times\ 97 \\ \hline 9021 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) इकाई का अङ्कों का योग $= 3 + 7 = 10$

(ii) गुण्य और गुणक के दहाई के अङ्क (समान अङ्क) $= 9$

अतः दायाँ हिस्सा $= 3 \times 7 = 21$

बायाँ हिस्सा $= 9 \times$ (9 का एकाधिकेन)

$= 9 \times 10 = 90$

अतः, $93 \times 97 = 9021$

उदाहरण : 59 और 51 का गुणा करें -

हल :

$$\begin{array}{r} 59 \\ \times\ 51 \\ \hline 3009 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) 9 + 1 = 10 अतः 9 व 1 का गुणा करें।

9 × 1 = 9 जिसे हम 09 लिखेंगे (दो अङ्कों में लिखते हैं)

(ii) समान अङ्क 5 है जिसका एकाधिकेन 6 से गुणा करें।

5 × 6 = 30 बायें भाग में लिखा।

अतः, 59 × 51 = 3009

उदाहरण : 91 में 99 का गुणा करें -

हल :

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times\ 99 \\ \hline 9009 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) 1 + 9 = 10 अतः 9 व 1 का गुणा करें।

9 × 1 = 9 जिसे हम 09 दायें भाग में लिखें।

(दो अङ्कों में लिखते हैं)

(ii) समान अङ्क 9 है जिसका एकाधिकेन 10 से गुणा करें।

9 × 10 = 90 बायें भाग में लिखा।

अतः, 59 × 51 = 3009

2. विलोकनम् सूत्र (देखकर) से गुणा :-

वैदिक गणित की सबसे अच्छी बात है कि आप कुछ सेकेण्डों में ही गणना कर सकते हैं।

11 से गुणा :- 11 से गुणा की जाने वाली संख्या को कोष्ठक में रखें और उसके दोनों तरफ एक-एक शून्य लगा दें। दो-दो संख्याओं को एक-एक कर दायें से बायीं ओर

बढ़ते हुए जोड़ना शुरू करें। दो संख्याओं का जोड़ जब कभी भी 10 से ज्यादा हो जाये तो दाहिने के स्थान का अङ्क अगले योग तक ले जाया जाएगा। जैसे कि सामान्यतः जोड़ करते समय किया जाता है।

उदाहरण : 3252 को 11 से गुणा करें।

हल :

0 (3 2 5 2) 0

जैसा नियम में बताया गया उसके निर्देशानुसार जोड़ने पर

= 0 + 3 /3 + 2 / 2 + 5 / 5 + 2 / 2 + 0

3 5 7 7 2

= 35772

अतः 3252 × 11 = 35772

उदाहरण : 364279 को 11 से गुणा करें।

हल : 0 (3 6 4 2 7 9) 0

0 + 3 / 3 + 6 / 6 + 4 / 4 + 2 / 2 + 7 / 7 + 9 / 9 + 0

3 9 10 6 9 16 9

= 4007069

अतः 364279 × 11 = 4007069

प्रश्नावली- 4.3

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) सामान्य संख्या 26 को विनकुलम संख्या में बदलने पर .....प्राप्त होती है।

(I) $1\bar{4}$ (II) $\bar{4}1$ (III) $\overline{34}$ (IV) इनमें से कोई नही

(ब) सामान्य संख्या 47 को विनकुलम संख्या में बदलने पर .....प्राप्त होती है।

(I) $5\bar{3}$ (II) $\bar{5}3$ (III) $3\,\bar{3}$ (IV) इनमें से कोई नहीं

(स) विनकुलम संख्या $1\overline{34}$ को सामान्य संख्या में बदलने पर .....प्राप्त होती है।

(I) 76 (II) 067 (III) 076 (IV) इनमें से कोई नहीं

2. सामान्य संख्या को विनकुलम् संख्या में बदलिए ।

(i) 8 (ii) 17 (iii) 27 (iv) 48

3. विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या में बदलिए ।

(i) $4\bar{5}$ (ii) $4\bar{3}$ (iii) $2\bar{3}$

(iv) $1\bar{4}$ (iv) $8\bar{3}\bar{4}$ (v) $7\bar{4}\bar{1}$

4. निम्नलिखित संख्याओं से पहाड़े लिखिए।

(i) 12 (ii) 7 (iii) 6 (iv) 13

5. निम्न का गुणनफल ज्ञात कीजिए :-

- अन्त्ययोर्दशकेऽपि सूत्र :

(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
35	48	57	89	90
× 35	× 42	× 53	× 81	× 99

• विलोकनम् सूत्र से गुणा करें :-

(i) 45×11 (ii) 97×11 (iii) 45×11

(iv) 231×11 (v) 341×11 (vi) 461×11

➢ **हमने सीखा :-**

1. एकाधिकेन से तात्पर्य एक अधिक।
2. एक न्यूनेन से तात्पर्य एक कम ।
3. एकाधिकेन पूर्वेण से तात्पर्य पूर्व से एक अधिक ।
4. एकन्यूनेन पूर्वेण से तात्पर्य पूर्व से एक कम।
5. किन्हीं दो अङ्कों का योग अगर 10 है तो उन्हें एक-दूसरे का पूरक अङ्क या **परममित्र संख्या** कहते हैं।
6. यदि संख्या में से उसका आधार घटा दिया जाए तो शेषफल को **विचलन** कहते हैं। **विचलन = संख्या - आधार**
7. **विनकुलम्** - ऋणात्मक संख्याओं को धनात्मक रूप में लिखना।
8. विनकुलम् के प्रयोग से पहाड़े लिखना ।
9. अन्त्ययोर्दशकेऽपि सूत्र द्वारा गुणन करना।
10. विलोकनम् सूत्र में किसी संख्या 11 से गुणा करना।

अध्याय – 5

भिन्न

प्यारे वेदपाठी बटुकों ! आपने पिछले अध्याय में संख्या पद्धति में भिन्न संख्या के बारे में पढ़ा है। इस अध्याय में हम भिन्न संख्या पर विस्तार से चर्चा करेंगे और समझेंगे। भिन्न के प्रकार एवं तुल्य भिन्न बनाना सीखेंगे।

भिन्न –

भिन्न संख्याओं के बारे में वैदिक वाङ्मय में उल्लेख मिलता है।

त्र्यविश्च मे त्र्यवी च मे दित्यवाट् च मे दित्यौही च मे पञ्चाविश्च मे पञ्चावी च मे त्रिवत्सश्च मे त्रिवत्सा च मे तुर्यवाट् च मे तुर्यौही च मे यज्ञेन कल्पन्ताम् ॥ **(यजुर्वेद** 18/26)

उपर्युक्त वेद मन्त्र से भिन्न संख्या बनती है । यजुर्वेद मन्त्र में त्र्यवि और पञ्चावि शब्द से डेढ़ एवं ढाई का बोध होता है। जिन्हें भिन्न की संख्या में $1\frac{1}{2}$ या $\frac{3}{2}$ एवं $2\frac{1}{2}$ या $\frac{5}{2}$ के रूप में लिखा जाता है। उपर्युक्त मन्त्र के अतिरिक्त लीलावती गणित "अथ भिन्नपरिकर्माष्टकम्" (पृ.35) में भी भिन्न वर्णित है।

ऋग्वेद काल में भिन्न (भाग) की सङ्क्रिया का समुचित प्रयोग किया जाता था। पुरुषसूक्त के एक मन्त्रानुसार-

"त्रिपादूर्ध्व उदैत्पुरुषः पादोऽस्येहा भवत्पुनः"

(ऋग्वेद: 10/90/4)

अर्थात् ,ऊपर (दिव्यलोक में) जिसके तीन चरण है उस विराट पुरुष में एक भाग से यह पुनः प्रकट हुआ है।

इस मन्त्र द्वारा व्यक्त किया गया है कि उस विराट पुरुष के 3 पाद अर्थात् $\frac{3}{4}$ भाग दिव्यलोक में है एवं एक पाद से विश्व प्रकट हुआ है । इससे यह स्पष्ट होता है कि-

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

जब किसी राशि को कई बराबर भागों (हिस्सों) में बांटकर उनमे से कुछ भाग लिए जाए तो उसे भिन्न के रूप में व्यक्त करते हैं। दूसरे शब्दों में "भिन्न एक संख्या है जो पूर्ण इकाई के किसी भाग (हिस्से) को दर्शाती है।" **भिन्न** कहलाती है।

अर्धप्रमाणेन पादप्रमाणं विधीयते, अर्थात्

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

इसी प्रकार, **अध्यर्ध पुरुषारज्जुद्वौ सर्पादौ करोति**, अर्थात्

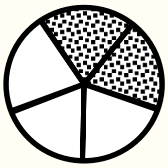
$$\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = 2\frac{1}{4}$$

इकाई के किए गए कुल भाग को 'हर' एवं उसमें से लिए गए भाग को 'अंश' कहते हैं। भिन्न संख्या में अंश को ऊपर व हर को नीचे लिखा जाता है।

आइए , उदाहरण के माध्यम से हम भिन्न को समझते हैं।

अभिषेक ने एक रोटी को पाँच बराबर हिस्सों में बांटकर उनमें से दो हिस्से खाए।

तब,



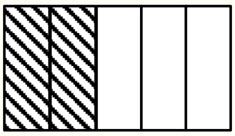
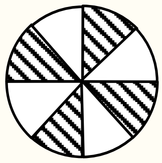
$$\text{अभिषेक द्वारा खाई गई रोटी} = \frac{\text{रोटी के लिए दर्शाये गये हिस्से}}{\text{रोटी के लिए गए कुल बराबर हिस्से}}$$

$$= \frac{2}{5}$$

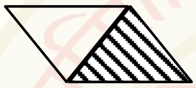
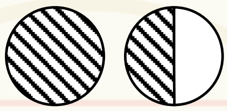
इसे दो बटा पाँच पढ़ते हैं। यहाँ 2 अंश व हर 5 को व्यक्त करता है।

❖ करो और सीखो :-

निम्न आकृतियों के नीचे भिन्न संख्या लिखिए।

(1)  (2)  (3) 

= .... = ... = ...

(4)  (5)  (6) 

= .... = ... = ...

❖ करो और सीखो :-

निम्नलिखित भिन्नों के अंश व हर लिखिए –

स.क्र.	भिन्न	अंश	हर
1.	$\frac{3}{5}$	3	5
2.	$\frac{14}{35}$		
3.	$\frac{2}{7}$		
4.	$\frac{15}{28}$		
5.	$\frac{18}{87}$		

भिन्न के प्रकार -

1. **उचित (सम) भिन्न -**

ऐसा भिन्न जिसमें अंश, हर से छोटा होता है। **उचित भिन्न** कहलाता है।

उदाहरण : $\frac{2}{7}$

दो बटे सात एक उचित भिन्न है क्योंकि दो छोटा है सात से $(2 < 7)$

इसी प्रकार से उचित भिन्न $\frac{5}{7}, \frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{15}{18}$

2. **अनुचित (विषम) भिन्न -**

ऐसा भिन्न जिसमें अंश , हर से बड़ा होता है। उसे **अनुचित भिन्न** कहते हैं।

उदाहरण : $\frac{7}{2}$

यह एक अनुचित (विषम) भिन्न हैं क्योंकि अंश (7), हर (2) से बड़ा है।

इसी प्रकार से अनुचित भिन्न - $\frac{15}{3}, \frac{17}{12}, \frac{53}{13}, \frac{78}{57}$

3. **मिश्रित भिन्न -**

अनुचित भिन्न को एक पूर्ण इकाई एवं एक भिन्न (उचित भिन्न) के योग के रूप में भी दर्शाया जा सकता है। यह **मिश्रित भिन्न** कहलाती है।

उदाहरण : $\frac{5}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4}$

या

$1 + \frac{1}{4}$ या $1\frac{1}{4}$

इसे एक सही एक बटा चार पढ़ते हैं।

आइए, अनुचित भिन्न को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त करना सीखते हैं। इसके लिए हम अंश को हर से भाग देकर भागफल और शेषफल प्राप्त करते हैं। फिर मिश्रित संख्या को **भागफल** $\frac{\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$ के रूप में लिखते हैं।

उदाहरण : $\frac{7}{3}$ को मिश्रित भिन्न में बदलिए।

यहाँ 7 (अंश), 3 (हर) से बड़ा है। अतः यह अनुचित (विषम) भिन्न है।

अनुचित (विषम) भिन्न से मिश्र भिन्न में बदलिए ।

हल : $\frac{7}{3}$

$$3\ )\ 7\ (\ 2$$
$$\underline{-6}$$
$$1$$

$= 2\frac{1}{3}$

= भागफल $\frac{\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$

$= \frac{7}{3} = \frac{3+3+1}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{1}{3}$

$= 1 + 1 + \frac{1}{3}$

$= 2 + \frac{1}{3}$ या $2\frac{1}{3}$

इसे दो सही एक बटा तीन पढ़ते हैं।

उदाहरण : मिश्रित भिन्न में बदलिए ?

(i) $\frac{25}{3}$

$$3\ )\ 25\ (\ 8$$
$$\underline{-24}$$
$$01$$

भाजक	=	3
भागफल	=	8
शेषफल	=	1

अतः मिश्र भिन्न, भागफल $\frac{\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$ $8\frac{1}{3}$

(ii) $\frac{19}{6}$

$$6\ )\ 19\ (\ 3$$
$$\underline{-18}$$
$$1$$

भाजक	=	6
भागफल	=	3
शेषफल	=	1

अतः $\frac{19}{6} = 3$ पूर्ण व $\frac{1}{6}$ या $3\frac{1}{6}$

प्रिय बटुकों ! अब हम मिश्रित भिन्न = पूर्ण $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$ को विषम (अनुचित) भिन्न के रूप में व्यक्त करना सीखते हैं। इसके लिए हम पूर्ण को हर से गुणा करके गुणनफल में अंश को जोड़ते हैं । तब विषम भिन्न $\frac{(\text{पूर्ण} \times \text{हर}) + \text{अंश}}{\text{हर}}$ होता है।

उदाहरण : मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलिए -

हल : (i) $2\frac{3}{4} = \frac{(2 \times 4) + 3}{4} = \frac{8 + 3}{4} = \frac{11}{4}$

(ii) $3\frac{2}{7} = \frac{(3 \times 7) + 2}{7} = \frac{21 + 2}{7} = \frac{23}{7}$

$3\frac{2}{7} = \frac{23}{7}$

❖ **करो और सीखो :-**

निम्नलिखित भिन्नों में उचित भिन्न, विषम भिन्न एवं मिश्र भिन्न को पहचान कर नाम लिखिए ।

(1) $\frac{2}{7}$ (...........) (2) $2\frac{1}{7}$ (...........) (3) $\frac{17}{12}$ (...........) (4) $\frac{3}{7}$ (...........)

(5) $\frac{12}{17}$ (...........) (6) $\frac{13}{7}$ (...........) (7) $\frac{9}{5}$ (...........) (8) $2\frac{1}{5}$ (...........)

रोचक तथ्य -

लीलावती गणित के निम्न श्लोक में तुल्य भिन्न ज्ञात करने की विधि बताई गई है।

अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशौ राश्योः।

(लीलावती, भिन्नापरिकर्माष्टकम् ,1अ)

इस वाक्य में भास्कराचार्य जी ने भिन्नों की तुल्यता को जानने के लिए परस्पर भिन्नों के अंश और हर का गुणन करने की विधि बताते हैं। यदि गुणनफल समान प्राप्त हो तो इन्हें तुल्य भिन्न जानना चाहिए।

तुल्य भिन्नों में एक बात बहुत रोचक है। दी हुई सारणी को पूरा कीजिए। पहली दो रिक्तियाँ पूरी कर दी गई है।

तुल्य भिन्न	पहली के अंश और दूसरी के हर का गुणनफल	दूसरी के अंश और पहली के हर का गुणनफल	गुणनफल
$\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$	$1 \times 16 = 16$	$4 \times 4 = 16$	हाँ
$\frac{5}{4} = \frac{125}{100}$	$5 \times 100 = 500$	$125 \times 4 = 500$	हाँ
$\frac{3}{7} = \frac{18}{42}$			
$\frac{2}{5} = \frac{60}{150}$			
$\frac{1}{7} = \frac{8}{56}$			

उपर्युक्त सभी में, पहली के अंश और दूसरी के हर का गुणनफल एवं दूसरी के अंश और पहली के हर के गुणनफल के बराबर है। ये दोनों गुणनफल कैंची गुणनफल (Cross Products) कहलाते हैं। तुल्य भिन्नों के अन्य युग्मों के लिए भी कैंची गुणनफल ज्ञात कीजिए। क्या आप तुल्य भिन्नों का ऐसा युग्म प्राप्त करते हैं जिसमें

कैंची या क्रॉस गुणनफल बराबर नहीं है ? इस नियम से कभी-कभी तुल्य भिन्नों को ज्ञात करने में सहायता मिलती है।

उदारहण : $\frac{3}{7}$ के तुल्य वह भिन्न ज्ञात कीजिए जिसका हर 63 है।

हल : हम जानते हैं कि -

$$\frac{3}{7} = \frac{\square}{63}$$

$3 \times 63 = \square \times 7$ होना चाहिए।

परन्तु $63 = 7 \times 9$ है।

इसलिए, $3 \times 7 \times 9 = \square \times 7$

$3 \times 9 \times 7 = \square \times 7$

$27 \times 7 = \square \times 7$

तुलना करने पर,

$27 = \square$

अर्थात् $\frac{27}{63}$ संख्या हुई।

अतः $\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$

समान भिन्न -

समान हर वाली भिन्न, **समान भिन्न** कहलाती है।

इस प्रकार, $\frac{2}{17}$, $\frac{5}{17}$, $\frac{16}{17}$, $\frac{12}{17}$ यहाँ सभी समान भिन्न है।

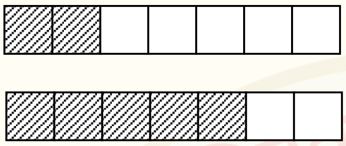
परन्तु $\frac{7}{13}$ और $\frac{7}{15}$ समान भिन्न है क्या ?

नहीं यह समान भिन्न नहीं है। क्योंकि इन भिन्न संख्या के हर भिन्न-भिन्न है। अतः ये समान भिन्न नहीं है।

समान भिन्नों की तुलना

दो समान भिन्नों की तुलना करें।

जैसे: $\frac{2}{7}$ और $\frac{5}{7}$



$\frac{2}{7}$

$\frac{5}{7}$

दोनों भिन्नों में पूर्ण को 7 बराबर भागों में विभक्त किया गया है। इन 7 बराबर भागों से, हम $\frac{2}{7}$ और $\frac{5}{7}$ के लिए क्रमशः 2 और 5 भाग लेते हैं। स्पष्ट है कि 5 भागों संगत भाग, 2 भागों के संगत भाग से बड़ा है। अतः $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ है।

अतः यह स्पष्ट है कि समान हरों वाली दो भिन्नों के लिए ,बड़े अंश वाली भिन्न बड़ी होती है। $\frac{4}{11}$ और $\frac{6}{11}$ में $\frac{6}{11}$ बड़ी भिन्न है।

प्रयास कीजिए :-

1. निम्न में कौन-सी भिन्न बड़ी है ?

   (अ) $\frac{7}{10}$ या $\frac{8}{10}$ (ब) $\frac{12}{13}$ या $\frac{11}{13}$ (स) $\frac{10}{17}$ या $\frac{13}{17}$

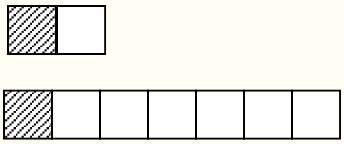
2. निम्न भिन्न को आरोही क्रम में लिखिए -

   (अ) $\frac{1}{7}, \frac{5}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$ (ब) $\frac{3}{11}, \frac{5}{11}, \frac{2}{11}, \frac{1}{11}, \frac{7}{11}, \frac{10}{11}, \frac{9}{11}$

असमान भिन्नों की तुलना

दो भिन्नें असमान होती है, यदि उनके हर भिन्न-भिन्न हो।

जैसे $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{7}$ असमान भिन्न है।



$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{7}$

असमान भिन्नों $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{7}$ के एक युग्म पर विचार कीजिए , जिसमें अंश समान है। $\frac{1}{2}$ बड़ा है या $\frac{1}{7}$? इसे हल करने के लिए हम इनके हर का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) लेकर हर को समान करेंगे।

2 एवं 7 का लघुत्तम समापवर्त्य = 14 है।

अर्थात् $\frac{1}{2} \times \frac{7}{7} = \frac{7}{14}$ एवं $\frac{1}{7} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{14}$

अर्थात् भिन्न $\frac{7}{14}$ एवं $\frac{2}{14}$ के अंश में 7 बड़ा है या 2 , अवश्य ही 7 बड़ा है।

इसलिए , $\frac{7}{14} > \frac{2}{14}$

या $\frac{1}{2} > \frac{1}{7}$

रोचक तथ्य :-

यदि दो भिन्नों में अंश समान हो, तो दोनों भिन्नों में छोटे हर वाली भिन्न ही बड़ी होती है।

जैसे : (अ) $\frac{3}{5}$ और $\frac{3}{7}$ में कौन सी भिन्न बड़ी है।

उत्तर : उपर्युक्त दोनों भिन्नों में अंश समान है ,यहाँ छोटा हर 5 और बड़ा हर 7 है।तब छोटे हर वाली भिन्न बड़ी होती है। (जब अंश समान हो)

इसलिए $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$

प्रश्नावली– 5.1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) निम्नलिखित में से कौन-सी एक उचित भिन्न संख्या है।

(I) $\frac{8}{10}$ (II) $\frac{5}{2}$ (III) $\frac{2}{1}$ (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) निम्नलिखित में से कौन-सी एक उचित भिन्न संख्या नहीं है।

(I) $\frac{12}{10}$ (II) $\frac{5}{12}$ (III) $\frac{7}{11}$ (IV) इनमें से कोई नहीं

(स) निम्नलिखित में से कोई उचित चिह्न लगाइये है: $\frac{15}{2} \square \frac{5}{2}$

(I) < (II) > (III) = (IV) इनमें से कोई नहीं

(द) निम्नलिखित में से कोई उचित चिह्न लगाइये है: $\frac{5}{2} \square \frac{3}{7}$

(I) < (II) > (III) = (IV) इनमें से कोई नहीं

(प) निम्नलिखित में से कौन-सी सबसे बड़ी भिन्न संख्या है।

(I) $\frac{12}{10}$ (II) $\frac{5}{10}$ (III) $\frac{7}{10}$ (IV) $\frac{17}{10}$

(फ) निम्नलिखित में से कौन-सी सबसे छोटी भिन्न संख्या है।

(I) $\frac{12}{7}$ (II) $\frac{55}{7}$ (III) $\frac{17}{7}$ (IV) $\frac{37}{7}$

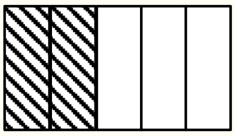
(भ) मिश्रित भिन्न $3\frac{2}{7}$ को विषम भिन्न में बदलने पर .... प्राप्त होता है।

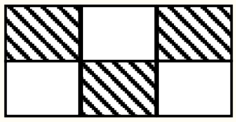
(I) $\frac{22}{7}$ (II) $\frac{13}{7}$ (III) $\frac{12}{7}$ (IV) इनमें से कोई नहीं

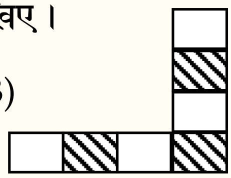
(म) विषम भिन्न $\frac{71}{10}$ को मिश्रित भिन्न में बदलने पर .... प्राप्त होता है।

(I) $7\frac{1}{10}$ (II) $6\frac{40}{7}$ (III) $7\frac{10}{1}$ (IV) इनमें से कोई नहीं

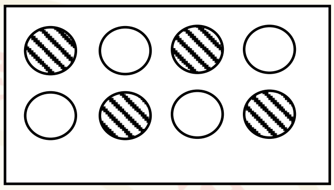
2. दी गई आकृति के छायांकित भाग को भिन्न के रूप में लिखिए।

(1)  (...........)

(2)  (...........)

(3)  (...........)

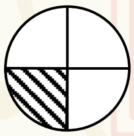
(4)  (...........)

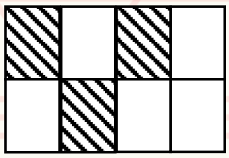
(5)  (...........)

3. दिये गए भिन्नों को चित्रों द्वारा दर्शाइये।

(1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{3}{6}$ (3) $2\frac{2}{5}$ (4) $\frac{4}{7}$

4. नीचे दी गई आकृति के अछायांकित भाग को भिन्न में लिखिए।

(1) 

(2) 

(3) 

5. निम्नलिखित भिन्नों में (उचित व विषम) को पहचानकर लिखिए।

(1) $\frac{3}{7}$ (2) $\frac{7}{13}$ (3) $\frac{13}{12}$ (4) $\frac{9}{14}$

(5) $\frac{14}{7}$ (6) $\frac{8}{3}$ (7) $\frac{12}{3}$ (8) $\frac{100}{200}$

(9) $\frac{1012}{989}$ (10) $\frac{897}{987}$

6. निम्न विषम भिन्न को मिश्रित भिन्न में बदलिए ।

(1) $\frac{13}{2}$ (2) $\frac{20}{3}$ (3) $\frac{110}{12}$ (4) $\frac{18}{4}$ (5) $\frac{23}{2}$

7. मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलिए।

(1) $1\frac{2}{7}$ (2) $3\frac{3}{5}$ (3) $4\frac{2}{8}$ (4) $2\frac{3}{7}$ (5) $5\frac{4}{8}$

8. 35 मिनट, एक घण्टे का कौन-सा भिन्न है ?

9. 1 से 17 तक की सम संख्याएँ इसकी कितने भिन्न को बनाती है।

➢ **हमने सीखा :-**

1. भिन्न एक संख्या है जो एक पूर्ण के भाग को निरूपित करती है।
2. भिन्न $\frac{2}{7}$ में 2 अंश तथा 7 हर कहलाता है।
3. एक उचित भिन्न में अंश, हर से छोटा होता है।
4. एक विषम भिन्न में अंश, हर से बड़ा होता है।
5. विषम भिन्न को एक पूर्ण और एक भाग के रूप में भी लिखा जाता है तो यह भिन्न मिश्रित भिन्न में बदल जाता है।
6. आकृतियों में दर्शाये गये भाग को भिन्न के रूप में लिखना ।
7. विषम भिन्न को मिश्रित भिन्न में बदलने के लिए भागफल $\frac{\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$ के रूप में लिखते हैं।
8. मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलने के लिए $\frac{(\text{पूर्ण} \times \text{भाजक})+\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$ के रूप में लिखते हैं।

अध्याय - 6

दशमलव संख्या

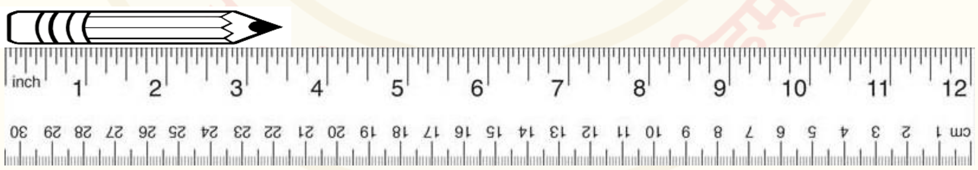
मेरे स्नेही बटुकों ! आपने अपने दैनिक जीवन में दवाई, पेट्रोल और रसोई गैस आदि की कीमत पर ध्यान दिया होगा। दिए गए चित्रों के ऊपर लिखी हुई कीमत को देखें।

उपर्युक्त स्थिति का चित्र की किमत -

उपर्युक्त दिए गए चित्र में दवाई की कीमत 48.75 रुपये है जिसका अर्थ है 48 रुपये 75 पैसे है। इसी प्रकार पेट्रोल की कीमत 83.22 है। जिसका अर्थ है 83 रुपये 22 पैसे । यहाँ 83.22 रुपये में बिन्दु दशमलव को दर्शाता है। यहाँ हम दशमलव के बारे में चर्चा करेंगे।

दशमलव संख्या :-

बताइये आराध्य की पेन्सिल की लम्बाई कितनी है। चित्र



दशमलव के स्थानीय मान :-

किसी संख्या में अङ्कों का मान उसके स्थानीय मान पर निर्भर करता है।

संख्या 425 में

4 सैकड़े वाले स्थान पर है अतः $4 \times 100 = 400$

2 दहाई वाले स्थान पर है अतः $2 \times 10 = 20$

5 इकाई वाले स्थान पर है अतः $5 \times 1 = 5$

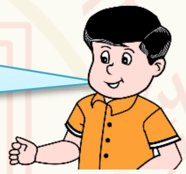
इसी प्रकार, 5 4 2 का स्थान परिवर्तन करने पर संख्या का मान हमें अलग प्राप्त होगा।

यहाँ 5 का स्थानीय मान = ...

2 का स्थानीय मान = ...

4 का स्थानीय मान = ...

संख्याओं में बायीं ओर से दायीं ओर जाने पर स्थानीय मान $\frac{1}{10}$ भाग प्राप्त होता जाता हैं।



अब कुछ दशमलव संख्या के स्थानीय मान लिखते हैं।

दशमलव संख्या	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शंताश
124.5	1	2	4	5	
551.41	5	5	1	4	1
124.32					
321.2					
345.6					

दशमलव संख्याओं को पढना :-

क्या आपने दवाई , पेट्रोल व डॉलर का भाव रुपयों में एवं ऐसी ही कई अन्य वस्तुओं और परिस्थितियों में आपने दशमलव का प्रयोग होते देखा होगा ? हम 34.57 रु. को, चौतीस दशमलव पाँच सात रुपये पढ़ेंगे, इसी प्रकार 1 डॉलर में 62.025 रु. है । इसे बासठ दशमलव शून्य दो पाँच पढ़ेंगे।

आप भी दशमलव संख्या को शब्दों में लिखें।

(1) 45.38 = ...

(2) 125.78 = ...

(3) 57.35 = ...

(4) 16.138 = ...

ध्यान रखें:

दशमलव संख्याओं को इकट्ठे नहीं पढ़ा जाता है। दशमलव संख्याओं में बिन्दु हमेशा इकाई और दशांश के बीच लगाया जाता है।

जैसे : 17.45 इसे हम सत्रह दशमलव पैतालीस नहीं पढ़कर सत्रह दशमलव चार पाँच पढते हैं।

दशमलव संख्याओं का विस्तार रूप :-

$$135.4 = 100 + 30 + 5 + \frac{4}{10}$$

$$43.7 = 40 + 3 + \frac{7}{10}$$

संख्या रेखा पर निरूपण :-

आइये, बटुकों ! हम संख्या रेखा पर दशमलव संख्या को निरूपित करना सीखें।

❖ **करो और सीखो**

दशमलव संख्या 0.7, 1.8 , 2.6 को संख्या रेखा पर दर्शाइये।

दशमलव रूप में लिखिए

निम्न उदाहरण देखें -

दशांश का अर्थ दसवां हिस्सा होता है। अत:

1 दशांश = $\frac{1}{10}$ = 0.1

i) 7 इकाई और 5 दशांश

हल : 7 इकाई और 5 दशांश

$= 7 + \frac{5}{10}$

$= 7.5$

ii) 3 सैकड़ा 8 दहाई 5 इकाई 7 दशांश

हल : $300 + 80 + 5 + \frac{7}{10}$

$= 385.7$

iii) 7 सैकड़ा 3 इकाई और 5 दशांश 8 शतांश

हल : $700 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{8}{100}$

$= 703.58$

❖ **करो और सीखो :-**

निम्न को दशमलव रूप में लिखें।

(1) 7 इकाई 5 शतांश = 7.05

(2) 8 इकाई 8 शतांश = ………..

(3) 3 दहाई 4 इकाई और 5 दशांश = ………..

(4) 9 इकाई 7 दशांश 6 शतांश = ………..

(5) 9 दहाई 7 इकाई 7 दशांश = ………..

दशमलव संख्याओं को भिन्न के रूप में लिखना :-

किसी दशमलव युक्त संख्याओं को जब भिन्न के रूप में परिवर्तित किया जाता हैं तो हमें दशमलव भिन्न प्राप्त होती है। जिसका हर सदैव 10 का गुणज होता है। दूसरे शब्दों में किसी दशमलव संख्या को भिन्न रूप में बदलने के लिए दशमलव को हटा कर हर में उसके स्थान पर एक एवं दशमलव के आगे जितने अङ्क हो उतने शून्य लगाते हैं।

आइए , उदाहरण के माध्यम से समझते हैं –

(1) 25. 6 = $\frac{25.6}{10}$

(2) 35 . 47 = $\frac{35.47}{100}$

दशमलवों का प्रयोग :-

धन - हम जानते हैं कि 100 पैसे = रु. 1

अतः 1 पैसा = रु. $\frac{1}{100}$ = रु. 0.01

इस प्रकार, 75 पैसे = रु. $\frac{75}{100}$ = रु. 0.75

एवं 25 पैसे = रु. $\frac{25}{100}$ = रु. 0.25

एवं 8 पैसे = रु. $\frac{8}{100}$ = रु. 0.08

अतएव, 135 पैसे में कितने रुपये होंगे ?

135 पैसे = रु. $\frac{135}{100}$ = रु. 1.35

= यह 1 रुपया 35 पैसा होगा।

❖ **करो और सीखो -**

निम्नलिखित को दशमलव में लिखिए -

1) 3 रुपये 10 पैसे

2) 2 रुपये 75 पैसे

3) 12 रुपये 17 पैसे

4) 27 रुपये 5 पैसे

5) 10 रुपये 10 पैसे

6) 15 रुपये 19 पैसे

लम्बाई -

1. खुशी अपनी पढाई करने वाली मेज की ऊपरी सतह को मीटर में मापना चाहती है। उसके पास 50 से.मी. का मापक है । उसने पाया कि मेज की ऊपरी सतह की लम्बाई 186 से.मी. थी । इसकी लम्बाई मी. में कितनी होगी ?

हम जानते हैं कि 1 से.मी. = $\frac{1}{100}$ मी. = 0.01 मी.

इस प्रकार मेज की ऊपरी सतह की लम्बाई

186 से.मी. = 100 से.मी. + 86 से.मी.

= $\frac{100}{100}$ मी. + $\frac{86}{100}$ मी.

= 1 मी. + 0.86 मी. = 1.86 मी.

➢ **याद रखने योग्य बातें -**

10 मिलीमीटर = 1 से.मी.

100 सेण्टीमीटर = 1 मीटर

1000 मीटर = 1 किलोमीटर

अतः , 1 मिलीमीटर = $\frac{1}{10}$ सेण्टीमीटर = 0.1 सेण्टीमीटर

1 सेण्टीमीटर = $\frac{1}{100}$ मीटर = 0.01 मीटर

1 मीटर = $\frac{1}{1000}$ = 0.001 किलोमीटर

❖ **करो और सीखो -**

1. 8 मिलीमीटर को दशमलव का प्रयोग कर सेण्टीमीटर में कैसे लिखेंगे ?
2. 8 सेण्टीमीटर 6 मिलीमीटर को दशमलव का प्रयोग कर सेण्टीमीटर में कैसे लिखेंगे ?
3. क्या आप 53 मी. को दशमलव का प्रयोग करके किलोमीटर में लिख सकते हैं?
4. दशमलव का प्रयोग कर 340 मी. को किलोमीटर में कैसे लिखेंगे ?
5. 2006 मीटर को किलोमीटर में कैसे लिखेंगे ?

वजन -

शुभम ने 500 ग्राम केले, 250 ग्राम मिर्च, 700 ग्राम टमाटर, 500 ग्राम सेब, 100 ग्राम प्याज और 300 ग्राम गाजर खरीदी। सब्जियों का कुल वजन कितना है?

आइए, सभी सब्जियों के वजन को जोड़ते है :-

500 ग्रा. + 250 ग्रा. + 700 ग्रा. + 500 ग्रा. + 100 ग्रा. + 300 ग्रा. = 2350 ग्रा.

हम जानते हैं कि **1000 ग्रा. = 1 कि.ग्रा.**

अतः , 1 ग्रा. = $\frac{1}{1000}$ कि.ग्रा. = 0.001 कि.ग्रा.

इस प्रकार 2350 ग्रा. = 200 ग्रा. + 350 ग्रा.

या = $\frac{2000}{1000}$ कि.ग्रा. + $\frac{350}{1000}$ कि.ग्रा.

या = 2 कि.ग्रा. + 0.350 कि.ग्रा.

= 2.350 कि.ग्रा. [∴ क्योंकि $\frac{1}{1000}$ कि.ग्रा. = 0.001 कि.ग्रा.]

अतः थैले में कुल 2.350 कि.ग्रा. सब्जी थी।

❖ **करो और सीखो -**

1. क्या आप 458 ग्रा. को दशमलव का प्रयोग कर कि.ग्रा. में लिख सकते हैं ?
2. कि.ग्रा. 9 ग्रा. को दशमलव का प्रयोग कर कि.ग्रा. में कैसे लिख सकते हैं ?

प्रश्नावली-6.1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) 13 किलोग्राम 20 ग्राम = ...

(I)13.02कि. ग्रा. (II)13.2 कि. ग्रा.

(III)3.002 कि. ग्रा. (IV)1302 ग्राम

(ब) सूक्ष्मरूप होगा- $30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100}$

(I) 30.53 (II) 34.35 (III) 34.53 (IV) इनमें से कोई नहीं

(स) सूक्ष्मरूप होगा- $150 + \frac{3}{100}$

(I) 150.3 (II) 150.300 (III) 150.03 (IV) 150.003

(द) सूक्ष्मरूप होगा- $500 + \frac{3}{10}$

(I) 500.03 (II) 50.30 (III) 50.003 (IV) 500.3

(प) पाँच सैकड़ा सात शतांश को निम्न रूप में लिखते है।

(I) 500.007 (II) 50.007 (III) 500.07 (IV) इनमें से कोई नहीं

(भ) निम्नलिखित में से कोई उचित चिह्न लगाइये है: $4.65 \square 4.08$

(I) < (II) > (III) = (IV) इनमें से कोई नहीं

(म) निम्नलिखित में से कोई उचित चिह्न लगाइये है: $12.126 \square 12.176$

(I) < (II) > (III) = (IV) इनमें से कोई नहीं

2. निम्न सारणी में संख्याएँ लिखिए -

(i) 1 सैकड़ा 3 दहाई 4 दशांश

(ii) 3 दहाई 7 इकाई 5 दशांश

(iii) 2 सैकड़ा 8 दहाई 1 इकाई 2 दशांश

सैकड़ा (100)	दहाई (10)	इकाई (1)	दशांश	बनने वाली संख्या
1	3	0	4	एक सौ तीस दशमलव चार

3. निम्न दशमलव संख्याओं में लिखिए -

   (i) 23.4 (ii) 37.81 (iii) 135.7

4. निम्न दशमलव संख्याओं का विस्तार रूप में लिखिए ।

   (i) 23.4 (ii) 37.81 (iii) 135.7

5. निम्न में से प्रत्येक दशमलव रूप में लिखिए ।

   (i) चौदह दशमलव नौ (ii) छः सौ दशमलव सात

   (iii) एक सौ पाँच दशमलव आठ (vi) सात दशांश

   (v) आठ शतांश (v) तीन दशांश दो शतांश

6. निम्न दशमलव संख्या के विस्तार को सूक्ष्म रूप में लिखिए ।

   (1) $\frac{3}{10}$ (2) $4 + \frac{8}{10}$ (3) $300 + 80 + 8 + \frac{1}{10}$

   (4) $80\frac{7}{10}$ (5) $30 + \frac{7}{10}$ (5) $50 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$

7. निम्न दशमलव संख्या को भिन्न रूप में लिखिए।

   (i) 2.5 (ii) 13.7 (iii) 21.25 (iv) 6.7

दशमलव संख्या के योग (+) एवं व्यवकलन (–) :-

उदाहरण : (32.64 और 2.41) को जोड़िए)

हल :

$$\begin{array}{r} 32.64 \\ +\ 2.41 \\ \hline 35.05 \\ \hline \end{array}$$

ध्यान रखें : दशमलव के नीचे दशमलव लिखते हुए संख्याओं को व्यवस्थित करें। संख्याओं को पूर्ण बनाने के लिए दशमलव के बाद उतने ही शून्य लगाए जाते हैं, जितने दूसरे दशमलव के बाद अङ्क हों। दशमलव के बाद शून्य लगाने से दशमलव संख्याओं के मान में कोई परिवर्तन नहीं होता ।

❖ **करो और सीखो :-**

(1) 43.75 और 12.12 (2) 0.75 + 1.25 + 2.4

(3) 2.4 + 2.7 + 0.3 (4) 1.3 + 1.4 + 2.7

(5) 2.5 + 1.7 + 2.1 (5) 5.1 + 8.2 + 1.6

दशमलव संख्याओं को घटाइये :-

(1) 7.4 में 3.2 घटाइये ।

हल :

$$\begin{array}{r} 7.4 \\ -\ 3.2 \\ \hline 4.2 \\ \hline \end{array}$$

(2) 8.42 में से 3.61 को घटाइये ।

हल :

$$\begin{array}{r} 8.42 \\ -\ 3.61 \\ \hline 4.81 \\ \hline \end{array}$$

(3) 13.4 में से 7.821 को घटाइये ।

हल :

$$\begin{array}{r} 13.400 \\ -\ \ 7.821 \\ \hline 05.579 \\ \hline \end{array}$$

❖ **करो और सीखो :-**

निम्न को घटाइये

(1)
$$\begin{array}{r} 3.4 \\ -\ 1.25 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 7.81 \\ -\ \ .24 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(3) 7.3 में से 3.412 को घटाइये।

$$\begin{array}{r} 7.3 \\ -\ 3.412 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(4) 15.712 में से 3.12 को घटाइये।

$$\begin{array}{r} 15.712 \\ -\ 03.120 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

दशमलव संख्या की तुलना :-

दो दशमलव संख्यों की परस्पर तुलना में सर्वप्रथम तुलना संख्या के पूर्ण भाग (जो की दशमलव बिंदु के बायीं ओर के अङ्क होते हैं) से शुरू की जाती है । यदि पूर्ण भाग समान है, तो दशांश स्थान के अङ्कों की तुलना की जाती है और यदि ये अङ्क भी समान हों तो अगले अङ्क (शतांश) को भी देखें । यह क्रम आगे बढ़ता रहता है । आइए, उदाहरण से समझते हैं ।

कौन-सी संख्या बड़ी है ? 2.6 या 2.14 ? यहाँ हम देखते हैं की दोनों संख्याओं के बायें ओर के अङ्क समान हैं, अतः हम दशमलव संख्याओं में पहले दशांश और शतांश अङ्क की तुलना करते हैं। 2.6 व 2.14 में दशांश के स्थान पर 2.6 में 6 दशांश व 2.14 में 1 दशांश है।

दशांश 6 > 1

अतः, 2.6 > 2.14

इस प्रकार,

(1) 0.3 < 0.4 (2) 1.34 > 1.30

❖ **करो और सीखो**

निम्न संख्याओं की तुलना कीजिए -

(1) 1.34 ☐ 1.347 (2) 2.47 ☐ 2.42

(3) 0.34 ☐ 0.47 (4) 4.56 ☐ 5.1

(5) 7.81 ☐ 8.71 (6) 9.2 ☐ 3.125

(7) 4.12 ☐ 5.1 (8) 10.1 ☐ 12.12

प्रश्नावली- 6.2

1) निम्न दशमलव संख्याओं को जोड़िये ?

(क) $\begin{array}{r} 7.4 \\ +\ 8.5 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (ख) $\begin{array}{r} 7.1 \\ +\ 1.9 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

(ग) $\begin{array}{r} 8.1 \\ +\ 2.4 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (घ) $\begin{array}{r} 6.5 \\ +\ 2.7 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

(ङ) $\begin{array}{r} 3.47 \\ +\ 3.4 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (च) $\begin{array}{r} 4.57 \\ +\ 14.802 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

2) निम्न दशमलव संख्याओं को घटाइये ?

(क) $\begin{array}{r} 7.4 \\ -\ 3.5 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (ख) $\begin{array}{r} 2.4 \\ -\ 1.7 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

(ग) $\begin{array}{r} 8.5 \\ -\ 2.7 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (घ) $\begin{array}{r} 4.5 \\ -\ 3.2 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

(ङ) $\begin{array}{r} 9.8 \\ -\ 5.4 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (च) $\begin{array}{r} 14.57 \\ -\ 14.32 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

3) 9.4 में से 3.5 को घटाइये।

4) 1.05 में से 9.5 घटाइये।

5) 8.3 में से 2.5 को घटाइये।

6) 9.7 में 7.2 को घटाइये।

7) निम्न दशमलव संख्या की तुलना करें ?

(क) 4.7 $\boxed{}$ 4.7 (ख) 4.73 $\boxed{}$ 4.734

(ग) 3.43 $\boxed{}$ 4.34 (घ) 3.412 $\boxed{}$ 3.413

(ङ) 4.213 $\boxed{}$ 4.12 (च) 5.77 $\boxed{}$ 7.3

➢ **हमने सीखा :-**

1. एक खण्ड के 10 बराबर भाग करने पर प्रत्येक भाग पर प्रत्येक भाग के इकाई का 1/10 (एक दशांश) होगा। इसे हम दशमलव रूप 0.1 लिख सकते हैं।
2. दशमलव संख्या को भिन्न के रूप बदलने के लिए दशमलव को हटा कर हर में उसके स्थान पर एक एवं दशमलव के आगे जितने अङ्क हो उतने शून्य लगाते हैं।
3. एक खण्ड को 100 भागों में बाँटने पर प्रत्येक भाग इस इकाई का 1/100 (एक शंताश) भाग है। दशमलव के रूप में इसे हम 0.01 लिख सकते हैं ।
4. संख्या रेखा पर दशमलव संख्या को भी दर्शाया जा सकता है।

5. दो दशमलव संख्याओं की तुलना की जा सकती है। तुलना संख्या के पूर्ण भाग (जो कि दशमलव बिन्दु के बायीं ओर के अङ्क होते हैं) से शुरू की जाती है। यदि पूर्ण भाग समान है। जो दशांश स्थान के अङ्कों की तुलना की जाती है और यदि ये भी समान हों तो अगले अङ्क (शतांश) को देखें। यह क्रम आगे बढ़ता रहता है।

अध्याय - 7

अनुपात एवं समानुपात

प्रिय बटुकों ! हमारे दैनिक जीवन में हमें अनेक बार दो एक-जैसी राशियों की तुलना करनी पड़ती है।हम तुलना को अन्तर,भाग और आकार के आधार पर करते हैं।इस अध्याय में हम भाग द्वारा की गयी तुलना के बारे में अध्ययन करेंगे। आइये, उदाहरण द्वारा समझते हैं ।

व्यवकलन (अन्तर) द्वारा तुलना -

उदाहरण : अविनाश और दिवाकर ने गीता के अध्यायों का कण्ठस्थीकरण किया। जिसमें अविनाश ने 12 अध्याय एवं दिवाकर ने 4 अध्याय को कण्ठस्थ किया।

हम कह सकते हैं कि अविनाश ने दिवाकर से 12 - 4 = 8 अध्याय अधिक कण्ठस्थ किए ।

भाग (विभाजन) द्वारा तुलना -

अगला उदाहरण लेते हैं। एक किताब का मूल्य रु. 30 है और एक पेन का मूल्य रु.10 है। यदि हम उनके मूल्यों (किमत) का अन्तर लें तो यह रु. 20 होगा। (30 - 10 = 20) यदि हम भाग द्वारा तुलना करें तो वह निम्न प्रकार से होगी -

$$\frac{\text{किताब का मूल्य}}{\text{कलम (पेन)का मूल्य}} = \frac{30}{10} = \frac{3}{1}$$

हम कह सकते हैं कि किताब का मूल्य कलम के मूल्य से तीन गुणा अधिक है। इस प्रकार कुछ परिस्थितियों में भाग द्वारा की गई तुलना को **अनुपात** कहा जाता है।

अनुपात –

भास्कराचार्य जी द्वारा रचित बीजगणितम् में अनुपात को लिखने के सन्दर्भ में निम्न पंक्ति मिलती है।

एकः पदार्थस्तत् सजातीयद्वितीयपदार्थेन यद् गुणितः स एव सम्बन्धो निष्पत्तिर्वा।

यथा अ, व अनयोः सम्बन्धः$\frac{अ}{व}$**, वा** अ : व **एवं लिख्यते ।**

(बीजगणितम्, परिशिष्टम्पृ. 243)

अर्थात् , अनुपात हमेशा दो सजातीय राशि में होता है। एक राशि का दूसरी राशि में भाग देने पर अनुपात प्राप्त होता है।

आइये उदाहरण से समझते है- एक पेन का मूल्य 10 रु. है और एक रबड़ का मूल्य 2 रु. है तो पेन का मूल्य रबड़ के मूल्य से कितने गुणा अधिक है ? स्पष्ट है कि पाँच गुणा अधिक है। उक्त उदाहरण में हमने दो राशियों की 'कितने' गुणा के रूप में तुलना की यह तुलना अनुपात कहलाता है। हम अनुपात को ' : ' चिह्न द्वारा दर्शाते है।हम कह सकते हैं कि-

$$\text{अनुपात} = \frac{10}{2} = \frac{5}{1} = 5 : 1$$

उदाहरण : यदि अंशुल के पास 60 रु.और हिमांशु के पास 30 रु. है, तो निम्न का अनुपात ज्ञात कीजिए ।

हल : (क) अंशुल के पास, हिमांशु से कितने गुणा अधिक रुपये है?

$$\text{अनुपात} = \frac{\text{अंशुल के रुपये}}{\text{हिमांशु के रुपये}} = \frac{60}{30} = 2$$

अतः अंशुल के पास हिमांशु से दो गुणा रुपये हैं।

हल : (ख) हिमांशु के पास, अंशुल से कितने गुणा कम रुपये हैं ?

$$\text{अनुपात} = \frac{\text{हिमांशु के रुपये}}{\text{अंशुल के रुपये}} = \frac{30}{60} = 1 : 2$$

अतः हिमांशु के पास अंशुल से आधे रुपये हैं।

तुल्य अनुपात -

किसी भी अनुपात का तुल्य अनुपात अंश और हर में एक समान संख्या से गुणा या भाग द्वारा प्राप्त किया जाता है।

गुणा के द्वारा तुल्य अनुपात -

उदाहरण : 6 : 4 के दो तुल्य अनुपात लिखिए।

$$6 : 4 = \frac{6}{4} = \frac{6 \times 2}{4 \times 2} = \frac{12}{8}$$

भाग द्वारा तुल्य अनुपात -

उदाहरण : $\frac{32}{64}$ के दो तुल्य अनुपात लिखिए -

हल : अनुपात $\frac{32}{64} = \frac{32 \div 2}{64 \div 2} = \frac{16}{32}$

$$\frac{32}{64} = \frac{32 \div 4}{64 \div 4} = \frac{8}{16}$$

विभिन्न परिस्थितियों में अनुपात -

गौतम और विकास ने एक व्यापार शुरू किया और 4 : 5 में धन लगाया एक वर्ष बाद कुल लाभ 45,000 रु. था। लाभ को बाँटने के समय गौतम ने कहा कि

हम लाभ को बराबर हिस्से में बांट लेते हैं, तब विकास ने कहा कि जिसने जितना धन का निवेश (हिस्सा) व्यापार में किया है। उसे उसी निवेश के अनुपात में लाभ मिलना चाहिए।

यहाँ अनुपात 4 : 5 में दो हिस्से 4 और 5 है।

अतः दोनों निवेश (हिस्सों) का योग 4 + 5 = 9 होगा।

अतः, लाभ के 9 हिस्सों में से 4 हिस्से गौतम के एवं 5 हिस्से विकास को मिलेंगे।

गौतम का हिस्सा $= 45000 \times \frac{4}{9} = 20000$ रुपये

विकास का हिस्सा $= 45000 \times \frac{5}{9} = 25000$ रुपये

अतः , गौतम 20000 एवं विकास 25000 रु. का लाभ आपस में बांटते हैं।

ध्यान दीजिए -

$4 : 5$ अथवा $\frac{4}{5}$

या $\frac{20000}{25000} = \frac{4}{5}$

उदाहरण अजय और दिव्यकान्त के बीच 100 रुपये को 2 : 3 में विभाजित करें ?

हल : अनुपात के दो हिस्से 2 और 3 हैं

अतः दोनों हिस्सों का योग 2 + 3 = 5

अतः, इसका अर्थ है कि यदि 5 रु. है तो अजय को 2 रुपये और दिव्यकान्त को 3 रुपये मिलेंगे ?

अतः अजय का हिस्सा $= 100 \times \frac{2}{5} = 40$ रु.

और दिव्यकान्त का हिस्सा $= 100 \times \frac{3}{5} = 60$ रु.

प्रश्नावली- 7.1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) हरि किशन का मासिक वेतन रुपए 80,000 तथा लखन का मासिक वेतन रुपए 40,000 है। हरि किशन का वेतन लखन के वेतन का कितना गुणा अधिक है।

(I) 1 गुणा (II) 3 गुणा (III) 2 गुणा (IV) 6 गुणा

(ब) एक वैदिक पाठशाला में यजुर्वेद 30 और अथर्ववेद 20 विद्यार्थी हैं। तब अथर्ववेद तथा यजुर्वेद के विद्यार्थियों की संख्या का अनुपात है ।

(I) 2:3 (II) 3:2 (III) 5:2 (IV) 2:5

(स) राम की ऊँचाई 120 से.मी. तथा श्याम की ऊँचाई 150 से.मी. है। राम की ऊँचाई तथा श्याम की ऊँचाई का अनुपात है।

(I) 4:5 (II) 5:4 (III) 9:2 (IV) 9:5

(द) अनुपात 40 ग्राम से 1किलोग्राम = ...

(I) 4:5 (II) 2:5 (III) 5:10 (IV) 4:5

(प) एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप 15 मीटर है तो त्रिभुज की भुजा का माप ....होगा।

(I) 1 मीटर (II) 3 मीटर (III) 5 मीटर (IV) 6 मीटर

(प) एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप 15 मीटर है तो त्रिभुज की भुजा का माप ....होगा।

(I) 1 मीटर (II) 3 मीटर (III) 5 मीटर (IV) 6 मीटर

2. वैदिक गणित के प्रशिक्षण में 25 लडकियाँ और 35 लड़के सम्मिलित हुए, तो निम्न का अनुपात ज्ञात कीजिए ?

(क) लडकियों की संख्या का लडकों की संख्या से।

(ख) लड़के की संख्या का कुल प्रशिक्षणार्थियों की संख्या से।

3. वृक्षारोपण के कार्यक्रम में कक्षा 6 के बटुकों ने 50 पौधे लगाए जिसमें 8 नीम के, 20 आम के, 10 तुलसी एवं 12 वट के थे, तब निम्न का अनुपात ज्ञात करें।

(क) नीम के पौधे एवं वट के पौधे की संख्या का अनुपात

(ख) तुलसी के पौधे एवं आम के पौधे की संख्या का अनुपात

(ग) आम के पौधे व कुल पौधे की संख्या से अनुपात

4. निम्न का अनुपात कीजिए।

(i) 25 का 70 से

(ii) 72 का 24 से

(iii) 35 मिनिट का 70 मिनट से

(iv) 48 का 12 से

5. निम्न में से प्रत्येक के दो-दो तुल्य अनुपात ज्ञात कीजिए।

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{3}{7}$ (iii) $\frac{5}{4}$ (iv) $\frac{4}{3}$

6. पिता एवं पुत्र की आयु का अनुपात 4 : 3 है दोनों की आयु का योग 70 है तब पिता एवं पुत्र की आयु ज्ञात कीजिए।

7. एक वस्त्र उद्योग में राहुल और नेहा ने 5 : 4 में पूँजी निवेश की वर्ष के अन्त में 72,000 रुपये का लाभ हुआ तो प्रत्येक का हिस्सा ज्ञात कीजिए।

8. कविता और दीपिका के मध्य 20 फलों को 3 : 2 में विभाजित कर बताइये दोनों को कितने कितने फल मिलेंगे।

समानुपात -

भास्कराचार्य जी द्वारा रचित बीजगणितम् में समानुपात को लिखने के सन्दर्भ में निम्न पंक्ति मिलती है।

यदि चत्वारो राशयः सम्बन्धिनो भवेयुस्तदा आद्यन्त्योर्घातः

द्वितीयतृतीयराश्योर्घाततुल्यो भवेत् ।

कल्प्यन्ते राशयः अ, व, क, ड तदा अः व = कः ड

अर्थात् $\frac{अ}{व} = \frac{क}{ड}$ पक्षौ व ड अनेन गुण्यते तदा अ ड = व क॥

(बीजगणितम्, परिशिष्टम् पृ. 245)

अर्थात् , यदि दो अनुपात एक समान है, तो वे समानुपात में है और इन्हें समान करने के लिए '::' या '=' चिह्न का प्रयोग किया जाता है।

$$a : b :: c : d$$

यहाँ हम a व d को बाहरी राशियाँ तथा c व b को आन्तरिक राशियाँ कहते हैं।

यदि चार राशियाँ समानुपात में है तो

बाहरी राशियों का गुणनफल = आन्तरिक राशियों का गुणनफल

बाह्य पद

उदाहरण : 10 : 15 :: 2 : 3

मध्य पद

इसमें 10, 3 बाह्य पद हैं और 15, 2 मध्य पद हैं।

अर्थात् बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$10 \times 3 = 15 \times 2$$
$$30 = 30$$

अतः राशियाँ समानुपात में है ।

उदाहरण : 3 कि.ग्रा. अंगूर का मूल्य 180 रु. तथा 4 कि.ग्रा. तरबूज का मूल्य 200 रु. है । बताइये क्या ये समानुपात में हैं या नहीं ।

हल : अंगूर एवं तरबूज के वजनों का अनुपात 3 : 4 है अंगूर एवं तरबूज के मूल्यों का अनुपात = 180 : 200 या $\frac{9}{10}$ है।

अतः $3:4 = 180:200$

या $3 : 4 = 9 : 10$

अतः 3 : 4 और 9 : 10 समान नहीं है।

अर्थात्, बाह्य पद का गुणनफल = मध्यपद का गुणनफल

$$3 \times 10 = 4 \times 9$$
$$30 = 36$$

इस प्रकार चारों राशियों 3, 4, 180, 200 समानुपात में नहीं है ।

उदाहरण : समानुपात में 'है' या 'नहीं' -

(क) 8, 6, 48, 36

हल : 8 : 6 :: 48 : 36

=> $8 \times 36 = 48 \times 6$

=> $288 = 288$

अतः 8, 6, 24 और 36 समानुपात में है ।

प्रश्नावली- 7.2

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है ?

(I) 15:40 :: 10:30 (II) 16:48 :: 25:75

(III) 4:6 :: 3:4 (IV) 2:10 :: 3:12

(ब) निम्नलिखित में से कौन-सा असत्य है?

(I) 25 ग्रा : 30 ग्रा :: 40 किलो : 48 किलो

(II) 81: 91 :: 24 घण्टे: 27 घण्टे

(III) 32 मी : 40 मी :: 6 मिनट: 12 मिनट

(IV) 25 किमी: 60 किमी::10मी : 24मी.

(स) निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य नहीं है?

(I) 4: 7 = 5: 9 (II) 5 मी : 25 मी = 12 ग्राम: 60 ग्राम

(III) 30: 80 = 6: 16 (IV) 12: 36 = 14: 42

2. निम्न में कौन-सी राशियाँ समानुपात में हैं बताइये।

(1) 30, 20, 18, 12

(2) 16, 20, 4, 5

(3) 14, 18, 63, 81

(4) 14, 35, 2, 5

3. समानुपात की जाँच कर सत्य या असत्य लिखिए।

(1) 15 : 45 :: 20 : 60

(2) 20 : 22 :: 32 : 16

(3) 12 : 15 :: 24 : 40

(4) 18 : 16 :: 45 : 20

4. एक कार 2 घण्टे में 40 कि.मी. दूरी तथा एक मोटर साइकिल 6 घण्टे में 120 कि.मी. दूरी तय करती है, तब क्या इनकी चाल समानुपात में है ?

5. क्या दी गये अनुपात 30 से.मी. : 36 से.मी. और 10 मीटर : 12 मीटर समानुपात में है ?

6. क्या दी गये अनुपात 25 ग्राम : 30 ग्राम और 40 कि.ग्रा : 48 कि.ग्रा समानुपात में है।

7. एक रेलगाड़ी 2 घण्टे में 100 कि.मी. तथा एक मोटर साइकिल 6 घण्टे में 120 कि.मी. दूरी तय करती है, तब क्या इनकी चाल समानुपात में है ?

8. रमेश अपने बगीचें से 5 घण्टे में 45 किलो फूल तथा सुरेश अपने सरोवर से 1 घण्टे में 9 किलो कमल के फूलों को तोड़ता है, तब क्या दोनों के द्वारा प्राप्त किये गये फूल समानुपाती है ?

ऐकिक नियम :-

संस्कृत प्रणाली के अन्तर्गत आर्यभट्टीयम् में कि ऐकिक नियम के सन्दर्भ में एक श्लोक प्राप्त होता है जो कि निम्न है।

त्रैराशिकफलराशिं तमथेच्छाराशिना हतं कृत्वा।

लब्धं प्रमाणभाजितं तस्मादिच्छाफलमिदं स्यात्॥

(आर्यभट्टीयम् ,गणितपाद : 26)

अर्थात् ,फल राशि को इच्छा राशि से गुणा करने पर प्राप्त लब्धि को प्रमाण से भाग देने से इच्छा फल प्राप्त होता है। इच्छाफल = $\frac{\text{फल} \times \text{इच्छा राशि}}{\text{प्रमाण}}$

ऐकिक नियम एक ऐसी गणितीय सङ्क्रिया है जिसमें एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करके अनेक वस्तुओं का मूल्य निकालने की क्रिया की जाती है।

एक वस्तु का मुल्य = $\frac{\text{दी गई वस्तुओं का मूल्य}}{\text{वस्तुओं की संख्या}}$

उदाहरण : यदि 2 पुष्प माला का मूल्य 30 रु. है तो 5 मालाओं का मूल्य कितना होगा ?

हल : चूँकि 2 पुष्प माला का मूल्य = 30 रु. है।

∴ 1 पुष्प माला का मूल्य = $\frac{30}{2}$ = 15 रु.

∴ 5 मालाओं का मूल्य = 5 × 15

= 75 रु.

अतः 5 पुष्प मालाओं का मूल्य 75 रु. होगा।

उदाहरण : यदि 5 कुर्सियों का मूल्य 500 रु. है तो 1000 रु में कितनी कुर्सियाँ खरीदी जा सकती हैं ?

हल : चूँकि 5 कुर्सियों का मूल्य = 500 रु.

∴ 1 कुर्सी का मूल्य = $\frac{500}{5}$ = 100 रु.

तब 1000 रु में कुर्सियाँ खरीदी जा सकती = $\frac{1000}{100}$ = 10

अतः 10 कुर्सियाँ खरीदी जा सकती हैं।

याद रखे - कम होय तो भाग जाय, अधिक होय तो गुणा किया जाय

पूछा जाय तो अन्त में लिखा जाय

प्रश्नावली- 7.3

1) यदि 10 लीटर दूध का मूल्य 180 रु. है तो 3 लीटर दूध का मूल्य कितना होगा?

2) यदि 6 पुस्तक का मूल्य 240 रु. है तो 15 पुस्तकों का मूल्य कितना होगा ?

3) 3 दर्जन पेन्सिल का मूल्य 120 रु. है। तो 200 रु. में कितने दर्जन पेन्सिल खरीदी जा सकती है ?

4) यदि 4 माह का किराया 1600 रु. है तो एक वर्ष का किराया कितना होगा ?

5) 4 पुस्तकों का भार 2 कि.ग्रा है तो ऐसे 9 पुस्तकों का भार कितना होगा ?

6) 105 पत्रों का मूल्य रु. 315 है तो 123 रु. में कितने पत्रों को खरीदा जा सकता है ?

7) 3 किलो पुष्पों का मूल्य रु. 150 है तो 250 रु. में कितने पुष्पों को खरीदा जा सकता है ?

8) भोला 200 रु. में 5 किलो आम खरीदता है तो बताइये 8 किलो आम. खरीदने के लिए कितने रुपये की आवश्यकता होगी ?

9) आराध्य 100 रु. में 20 कमल पुष्पों को लेकर अपने इष्टदेव की आराधना करता है तो बताइये आराध्य नें एक पुष्प कितने रु. में खरीदा ?

10) आशीष गणपति उत्सव में नैवेद्य लगाने के लिए 5 किलो मोदक 1000 रु. में बाजार से खरीदता है तो बताइये , यदि वह 3 किलो मोदक खरीदता तो उसे कितने रुपये की आवश्यकता होगी ?

➢ हमने सीखा

1. एक जैसी राशियों की तुलना करने के लिए हम साधारणतः राशियों के अन्तर द्वारा तुलना विधियों का प्रयोग करते हैं।
2. भाग द्वारा की गई तुलना को **अनुपात** कहा जाता है।

   दूसरे शब्दों में 'दो राशियों की तुलना "कितने गुणा" के रूप में की है। यह तुलना **अनुपात** कहलाता है' तथा इसे ":" चिह्न द्वारा दर्शाते हैं।
3. किसी भी अनुपात का तुल्य अनुपात अंश और हर में एक समान संख्या से गुणा या भाग द्वारा प्राप्त किया जाता है।
4. विभिन्न परिस्थितियों में अनुपात समान हो सकता है।
5. दो अनुपात तुल्य होंगे यदि उनकी संगत भिन्न भी तुल्य हो।
6. एक अनुपात को सरलतम रूप में बदला जा सकता है।
7. चार राशियाँ समानुपात में कहलाती है, यदि पहली और दूसरी राशि का अनुपात तथा तीसरी और चौथी राशि के अनुपात के बराबर हो।

$$a : b :: c : d$$

या $$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

अर्थात्,

बाह्य पद के गुणनफल = आन्तरिक पद के गुणनफल

$$a \times d = b \times c$$

8. वह नियम जिसमें पहले एक इकाई का मान निकालते हैं और फिर एक से अधिक इकाइयों का मान निकालते हैं। **ऐकिक नियम** कहलाता है।

अध्याय - 8

आधारभूत ज्यामितीय संकल्पना

प्यारे बटुकों ! भारत में यज्ञ वेदियों ने निर्माण कार्य के गणितज्ञों का ध्यान ज्यामिति के अध्ययन की ओर आकृष्ट किया । वैदिक काल से ही भारत में विभिन्न वस्तुओं के निर्माण में ज्यामिति का प्रयोग होता आया है। चाहे हवन कुण्ड हो, मण्डप हो अथवा मन्दिर, घरों ,महलों व अन्य इमारतों से भी ज्यामिति आकृतियों का प्रयोग किया जाता है। मूलत: ज्यामिति शब्द "ज्या" तथा "मिति" से मिलकर बना है। ज्या का अर्थ भूमि और मिति का अर्थ मापना अर्थात् 'भूमि मापना' से है।

यज्ञ वेदी के निर्माण के सम्बन्ध में ऋग्वेद के निम्नलिखित मन्त्र में जिज्ञासा प्रकट की गई है।

कासीत् प्रमा प्रतिमा किं निदानम्, आज्यं किमासीत् परिधि: क आसीत्।

छन्द: किमासीत् प्रउगं किमुक्थं यद् देवा देवमयजन्त विश्वे॥

(ऋग्वेद. 10.130.3)

अर्थात् जब समस्त देवताओं ने यज्ञ सम्पन्न किया, तब उस वेदि की सीमा क्या थी ? प्रमा (नाप) करने के साधन क्या थे ? वेदी की परिधि क्या थी ? छन्द एवं उक्त क्या थे ?

उपर्युक्त मन्त्र में प्रारम्भिक ज्यामिति का किसी जिज्ञासु ऋषि द्वारा यज्ञ की वेदी का मानचित्र, माप का पैमाना एवं उसकी परिधि से सम्बन्धित प्रश्न पूछे गए हैं। उस यज्ञ में किन-किन मन्त्रों द्वारा आहुति दी गई है उनका भी विवरण पूछा गया है।

हम कई प्रकार के आकार देखते हैं, जिनसे हम परिचित हैं । हम बहुत से चित्र बनाते हैं। इन चित्रों में विभिन्न आकार निहित होते हैं। हम इन आकारों में से कुछ के बारे में पिछले अध्यायों में पढ़ भी चुके हैं । आप इन आकारों की एक सूची बना लें कि ये किस प्रकार प्रकट होते हैं ?

इस अध्याय में, हम इन आकारों को बनाना सीखेंगे । इनको बनाने के लिए, हमें यन्त्रों के बारे में जानने की आवश्यकता है । आइए, उन्हें देखें तथा उनके नाम और प्रयोग के बारे में जानकारी प्राप्त करें ।

1. **रूलर (स्केल) अथवा सीधा किनारा**

विवरण- आपके ज्यामिति बॉक्स में दी गई रूलर (स्केल) में एक किनारे के अनुदिश सेण्टीमीटर तथा दूसरे किनारे पर इञ्चों के चिह्न होते हैं।

अनुप्रयोग- रेखाखण्डों को खींचना और उनकी लम्बाइयों को मापना

2. **परकार** (compasses)

विवरण - परकार के दो सिरे में एक सिरा नुकीला होता है। और दूसरे सिरे पर पेन्सिल रखने का स्थान होता है।

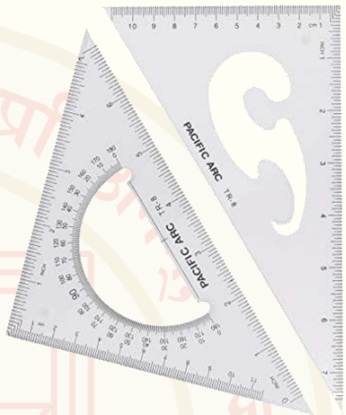
अनुप्रयोग - बराबर लम्बाई अङ्कित करने के लिए, परन्तु उन्हें मापने के लिए नहीं। चाप और वृत्त खींचने के लिए।

3. **डिवाइडर** (Divider)

विवरण - इसके दो नुकीले सिरे होते हैं।

अनुप्रयोग - लम्बाइयों कि तुलना करने के लिए

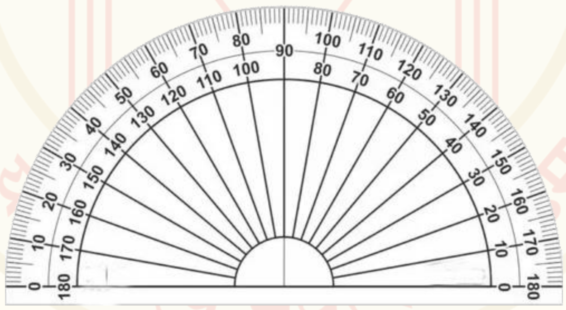
4. **सेट स्क्वेयर (गुनिया)**



विवरण - दो त्रिभुजाकार यन्त्र है जिसमें एक के शीर्षों पर कोण 45°, 45°, 90° हैं और दूसरे में यह कोण 30° 60° 90° होते हैं।

अनुप्रयोग - लम्ब रेखाओं और समान्तर रेखाओं को खींचना।

5. **चाँदा (कोण मापक)**



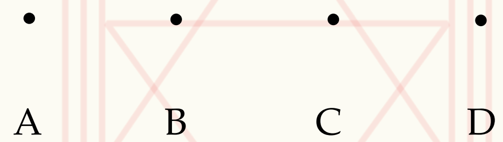
विवरण - एक अर्धवृत्ताकार यन्त्र जिस पर 180° भाग चिह्नित होते हैं। यह मापन दायीं ओर से 0° से प्रारम्भ होकर बायीं ओर 180° पर समाप्त होता है।

अनुप्रयोग - कोणों को खींचना और मापना

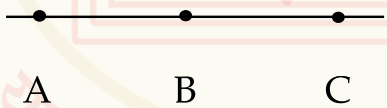
बिन्दु :-

पेन्सिल के नुकीले सिरे से कागज पर एक चिह्न (.) अङ्कित कीजिए। पेन्सिल का सिरा जितना नुकीला होगा चिह्न उतना ही सूक्ष्म (छोटा) होगा। लगभग एक बिना दिखाई देने वाला सुक्ष्म चिह्न आपको एक **बिन्दु** का आभास कराएगा। बिन्दु एक स्थिति या अवस्थिति(location) निर्धारित करता है। दूसरे शब्दों में बिन्दु एक ऐसी ज्यामिति आकृति है जिसमें न लम्बाई ,न चौड़ाई और न ही मोटाई होती है।

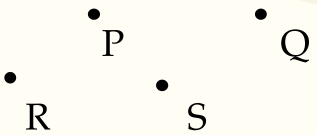
यदि आप कागज पर कुछ बिन्दुओं को अङ्कित करें, तो आपको इनमें भेद बतानें की आवश्यकता पड़ेगी। बिन्दुओं को दर्शाने के लिए अंग्रेजी के बड़े अक्षर A B C… इत्यादि से व्यक्त करते हैं।



यदि तीन बिन्दु या अधिक बिन्दु एक ही रेखा पर स्थित हो तो सरेंख बिन्दु कहलाते हैं।



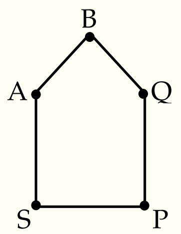
एक कागज पर पेन्सिल के नुकिले सिरे से चार बिन्दु अङ्कित कीजिए उन्हें नाम PQRS दीजिए।



उदाहरण : दी गई आकृति में कितने बिन्दु अङ्कित हैं ?

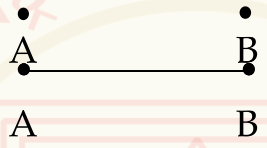
हल : दी गई उपर्युक्त आकृति में 5 बिन्दु हैं।

(बिन्दु A, B, Q, P, S)



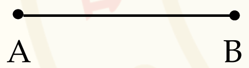
रेखाखण्ड -

दो बिन्दुओं को जोड़ने वाला सबसे छोटा रास्ता एक **रेखाखण्ड** दर्शाता है बिन्दु A और बिन्दु B को मिलाने वाले रेखाखण्ड को $\overline{AB}$ से दर्शाते हैं।

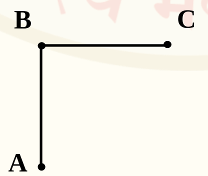


उपर्युक्त दो बिन्दु से मिलाने वाले रेखाखण्ड को हम $\overline{AB}$ और $\overline{BA}$ दोनों एक ही रेखाखण्ड को दर्शाते हैं।

उदाहरण : स्केल का प्रयोग करके 3.7 से.मी. की रेखा खींचिए चित्र- स्केल/पैमाना



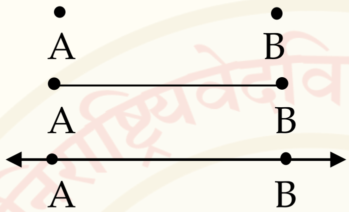
उदाहरण : दी गई आकृति के रेखाखण्ड के नाम लिखिए।



उपर्युक्त आकृति दो रेखाखण्डों से मिलकर बनी है, जिसके नाम $\overline{AB}$ व $\overline{BC}$ है।

रेखा -

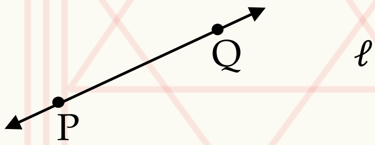
जब एक रेखाखण्ड को दोनों तरफ अनन्त तक विस्तारित किया जाता है। तो हमें एक **रेखा** प्राप्त होती है अर्थात् AB को A से आगे एक दिशा और B से आगे दूसरी दिशा में विस्तृत करने पर **रेखा** प्राप्त होती है जिसे $\overleftrightarrow{AB}$ से दर्शाते हैं।



$\overline{AB}$ रेखाखण्ड

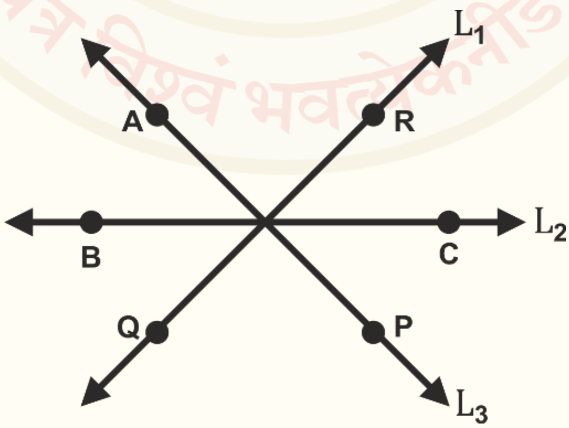
$\overleftrightarrow{AB}$ रेखा

इसे हम $\overleftrightarrow{AB}$ रेखा से दर्शाते हैं एक रेखा में अनन्त बिन्दु स्थित होते हैं रेखा को निश्चित करने के लिए दो बिन्दु पर्याप्त हैं हम कह सकते हैं, कि दो बिन्दु एक रेखा को निर्धारित करते हैं।



आकृति में PQ रेखा है कभी-कभी ℓ जैसे अक्षर से भी व्यक्त किया जाता है।

उदाहरण : निम्न आकृति के रेखा के नाम लिखिए।



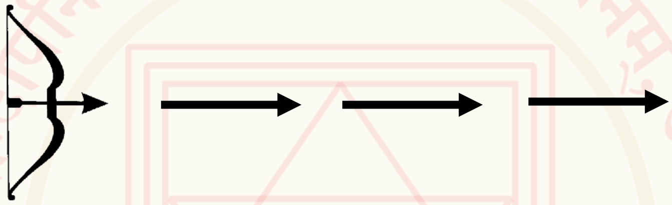
उपर्युक्त दी गई आकृति में तीन रेखाएँ हैं जिनके नाम

$\overleftrightarrow{AP}$, $\overleftrightarrow{QR}$ एवं $\overleftrightarrow{BC}$

दिव्यकान्त - मुझे पता है रेखा को दर्शाने के लिए ($\longleftrightarrow$) का प्रयोग किया जाता है।

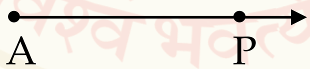
किरण :-

क्या आपने कभी धनुष बाण से खेल खेला है ?



आपके द्वारा खेले जाने पर धनुष बाण में वह तीर कुछ दूरी बाद ही गिर जाता है आप ऐसे बाण के बारे में सोचिये जो छोड़ी गई दिशा में अनन्त (बहुत दूर) दूरी तक जाए। तो उससे बनने वाला पथ **किरण** का निर्माण करता है।

अर्थात्, किरण रेखा का एक भाग होता है यह एक बिन्दु से प्रारम्भ होती है जिसे प्रारम्भिक बिन्दु कहते हैं। और एक दिशा में बिना किसी अन्त के विस्तृत होती है। दी गई आकृति



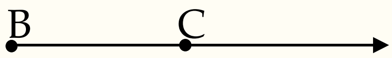
(a) यहाँ बिन्दु A जो किरण का प्रारम्भिक बिन्दु है।

(b) P बिन्दु, जो किरण पर एक अन्य बिन्दु है।

(c) इसे हम $\overrightarrow{AP}$ से दर्शाते हैं।

उदाहरण : निम्न आकृति का प्रारम्भिक बिन्दु एवं अन्य बिन्दु कौन-सा है ?

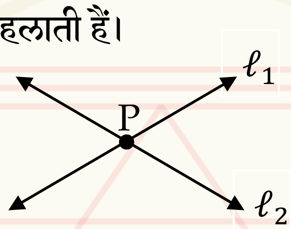
हल :



उपर्युक्त दी गई आकृति में, बिन्दु B किरण ($\overrightarrow{BC}$) का प्रारम्भिक बिन्दु है एवं बिन्दु C, किरण ($\overrightarrow{BC}$) पर एक अन्य बिन्दु है।

प्रतिच्छेदी रेखाएँ -

जब दो विभिन्न रेखाएँ एक-दूसरे को किसी एक बिन्दु पर मिलती या काटती हैं, तो वे **प्रतिच्छेदी रेखाएँ** कहलाती हैं।

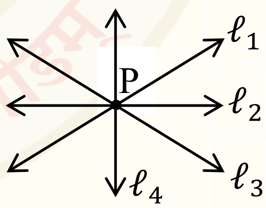


उपर्युक्त में दो रेखाएँ ℓ_1 और ℓ_2 दर्शाई गई हैं। ये दोनों रेखाएँ बिन्दु P पर मिलती या काटती हैं ।

अतः, ℓ_1 और ℓ_2 रेखाएँ प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं। और बिन्दु P को प्रतिच्छेद बिन्दु कहते हैं। प्रतिच्छेदी रेखाओं के उदाहरण निम्न है। चित्र

परस्पर काटती हुई सड़क

अंग्रेजी वर्णमाला का अक्षर X



आकृति में चार रेखा ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 व ℓ_4 एक ही बिन्दु P पर मिलती है।

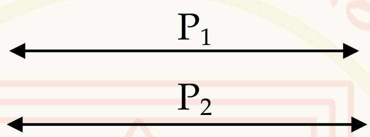
उपर्युक्त प्रतिच्छेदी रेखा की आकृति देखकर समझ सकते हैं कि

(1) दो रेखाएँ एक ही बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

(2) दो या दो से अधिक रेखा भी एक ही बिन्दु पर प्रतिच्छेद कर सकती हैं।

समान्तर रेखाएँ -

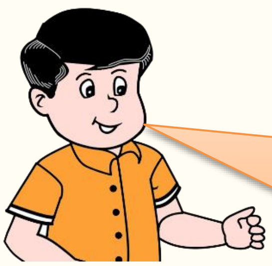
वे रेखाएँ ,जिनके बीच की दूरी नियत रहती है तथा जिन्हें कितना भी बढ़ाया जाए, एक-दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करती अर्थात् नहीं काटती हैं तब वे रेखाएँ **समान्तर रेखाएँ** कहलाती हैं।



उपर्युक्त आकृति में दो रेखाएँ P_1 एवं P_2 एक समान्तर **रेखाएँ** हैं क्योंकि ये एक दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करती हैं।

रेल की पटरी

खिड़की की सलाखे

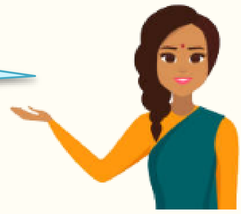


सार्थक -

देखो रेल की पटरी एवं खिड़की की सलाखें की सभी ग्रिल के बीच की दूरी सभी जगह समान दिखाई दे रही है ।

नेहा-

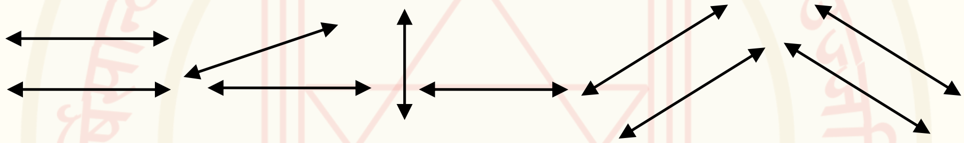
हाँ, इसलिए तो इनके दोनों सिरे आपस में कभी नही मिलते हैं।



❖ **करो और सीखो -**

निम्न में से समान्तर रेखाओं को चिह्नित (✓) कीजिए।

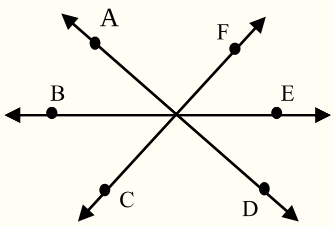
(1) (2) (3) (4) (5)



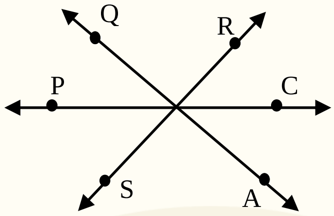
………… ………… ………… ………… …………

संगामी रेखाएँ -

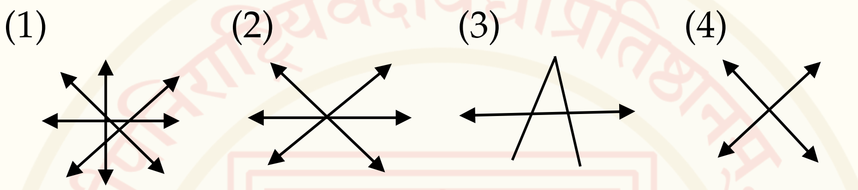
दो या दो से अधिक रेखाएँ जब एक ही बिन्दु से गुजरती हैं तो वे **संगामी रेखाएँ** कहलाती हैं। प्रत्येक प्रतिच्छेदी रेखा संगामी होती है। $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BE}$ एवं $\overleftrightarrow{CF}$ **संगामी रेखाएँ** हैं।



❖ **करो और सीखो -**



दी गई निम्न आकृतियों में से संगामी रेखाओं को पहचानें।



संगामी नहीं है   संगामी है   (.............)   (.............)

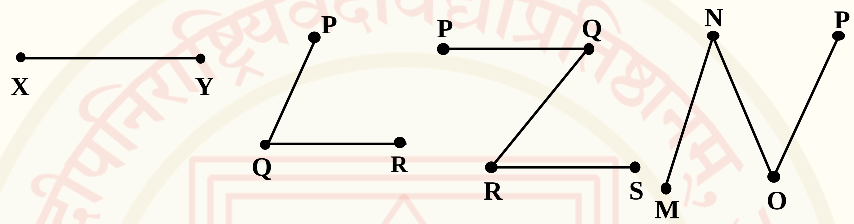
प्रश्नावली– 8.1

1) निम्न को परिभाषित कीजिए :-

रेखा और रेखाखण्ड की परिभाषा लिखिए।

2) दिए चित्रों के रेखाखण्ड के नाम लिखिए ।

(1) (2) (3) (4)

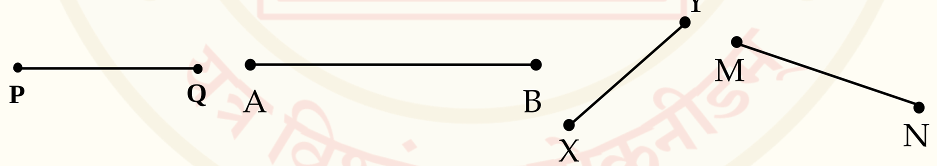


3) स्केल का प्रयोग करके दी गई लम्बाई का रेखाखण्ड बनाइये ।

(1) 3.5 से.मी. (2) 4.3 से.मी.

4) दिए गए रेखाखण्डों को स्केल से मापिए और उनका माप लिखिए।

(1) (2) (3) (4)



5) प्रतिच्छेदी रेखा और समान्तर रेखा को परिभाषित कीजिए ।

6) रिक्त-स्थानों की पूर्ति करें ।

(असंख्य, समान्तर रेखा, प्रतिच्छेदी रेखा, रेखाखण्ड, किरण, संगामी रेखा, अन्त)

1. दो विभिन्न रेखाएँ जब एक दूसरे को काटती है तो वो ----------------- - रेखाएँ कहलाती है।

2. दो रेखाएँ जब एक दूसरे को नहीं काटती है तो वे ----------------- रेखाएँ कहलाती है।

3. एक बिन्दु से ----------------- रेखाएँ खींची जा सकती है।

4. रेखाखण्ड में एक प्रारम्भ बिन्दु और दूसरा ----------------- बिन्दु होता है।

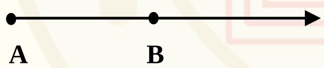
5. जब दो या अधिक रेखाएँ एक निश्चित बिन्दु पर मिलती हैं, तो वो ----------------- रेखा कहलाती है।

6. एक बिन्दु से प्रारम्भ होकर और एक ही दिशा में अनन्त दूरी तक विस्तृत रेखा के भाग को ----------------- कहते हैं।

7) निम्न आकृतियों को पहचानें और उसके सामने नाम लिखें ।

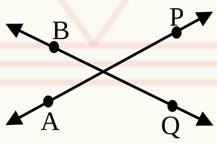
(रेखा, रेखाखण्ड, किरण, समान्तर रेखा, प्रतिच्छेदी रेखा, संगामी रेखा)

(1)



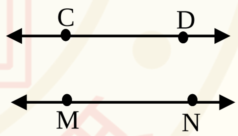
----

(2)



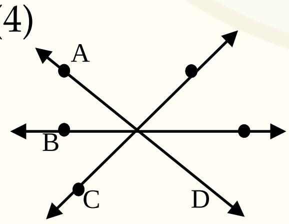
----

(3)



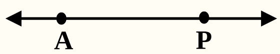
----

(4)



----

(5)

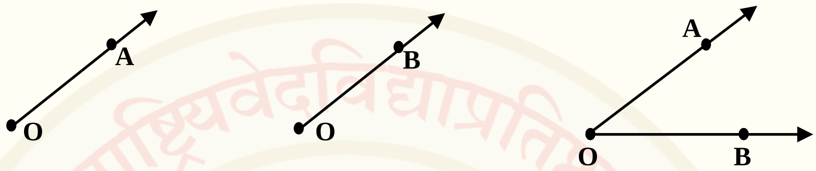


----

(6)

कोण :-

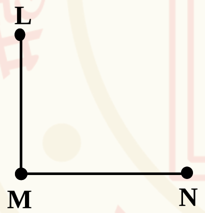
एक ही बिन्दु से प्रारम्भ होने वाली दो किरणों से **कोण** बनता है। जिस बिन्दु पर दोनों किरणें मिलती हैं, वह कोण का शीर्ष बिन्दु कहलाता है।जो कि कोण को “$\angle$” से दर्शाते हैं।



किरण $\overrightarrow{OA}$ किरण $\overrightarrow{OB}$ कोण AOB

मान लीजिए, यदि दो किरण $\overrightarrow{OA}$ और $\overrightarrow{OB}$ कोण AOB बनाती हैं तो इसे हम $\angle AOB$ भी लिखते हैं।

❖ **करो और सीखो**



आकृति में

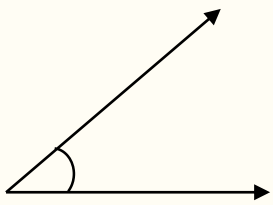
भुजाएँ - ....

शीर्ष - ....

कोण - ....

माप के आधार पर कोणों का वर्गीकरण :-

1. न्यूनकोण -

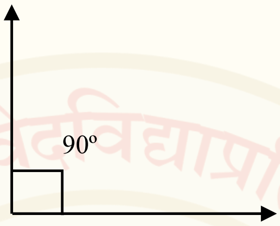


न्यूनकोण

ऐसा कोण जो शून्य से बड़ा और 90° से छोटा हो, **न्यूनकोण** कहलाता है।

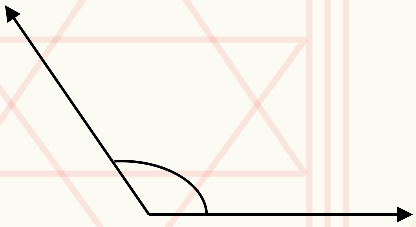
2. समकोण -

ऐसा कोण जिसकी माप 90° हो, **समकोण** कहलाता है।



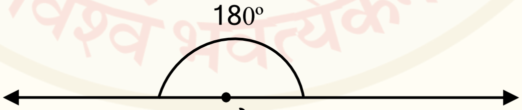
3. अधिककोण -

ऐसा कोण जो 90° से बड़ा हो परन्तु 180° से छोटा हो, **अधिक कोण** कहलाता है।

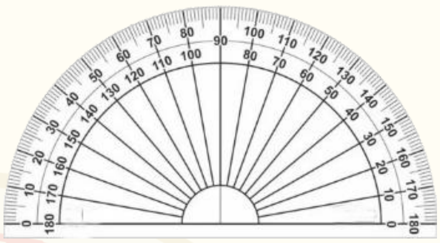


4. ऋजुकोण -

ऐसा कोण जिसकी माप 180° हो, **ऋजु कोण** (सरल कोण) कहलाता है।



चांदे का परिचय -



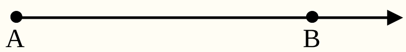
कोणों कि सही तुलना एवं मापन के लिए एक उपकरण की आवश्यकता होती है। जिसे चाँदा (D) कहते हैं। अपने ज्यामिति बॉक्स में आप इसे देख सकते हैं चित्र में दिए गए चांदे को ध्यान से देखिए इसमें आपको दो मापन मिलेंगे। भीतरी मापक एवं बाहरी मापक। समकोण को दर्शाने वाली रेखा पर 90° अङ्कित है। घड़ी की दिशा में और विपरीत दिशा में बनने वाले कोण दोनों दिशाओं में 0 से 180° (डिग्री) तक अङ्कित होता है। अब हम चांदे के प्रयोग से कोण बनाना सीखेंगे। ध्यान दीजिए यदि आपको 30°(अंश) का कोण चांदे की सहायता से बनाना है तो हमें देखना होगा चांदे के दोनों ओर हमेशा 30° (अंश) लिखा होता है इसका मतलब यह नहीं है कि दोनों ओर 30° का कोण ही बनेगा।

कोणों की रचना -

आइये, वैदिक बटुकों ! अब हम चांदे की सहायता से कोण बनाना सीखते हैं।

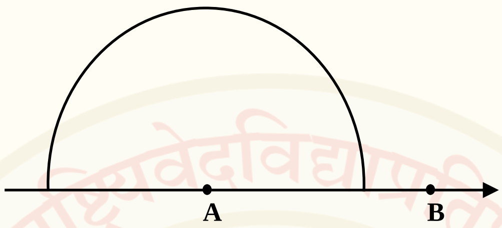
उदाहरण : चांदे की सहायता से 60° का कोण बनाना।

हल : चरण – 1 सबसे पहले एक किरण $\overrightarrow{AB}$ खींचिए।



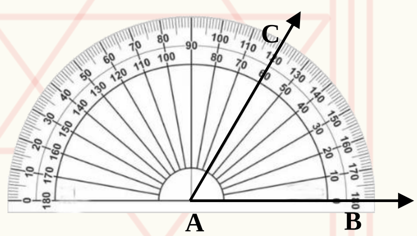
चरण – 2 चांदे को आधार रेखा के मध्य बिन्दु A पर इस प्रकार रखते हैं कि इसका शून्य (0) वाला चिह्न $\overrightarrow{AB}$ की दिशा में रहे।

चरण – 3 बिन्दु B के पास के शून्य से प्रारम्भ करते हुए 60° के चिह्न के



सामने बिन्दु C को अंङ्कित करें।

चरण – 4 बिन्दु A को C से मिलाइये । इस प्रकार $\angle CAB = 60°$ बना है ।

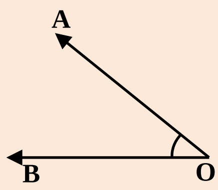
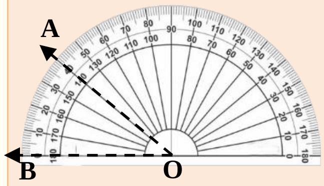
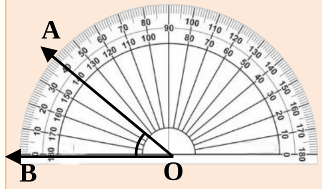
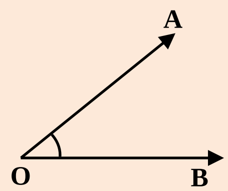
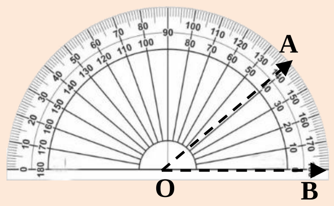
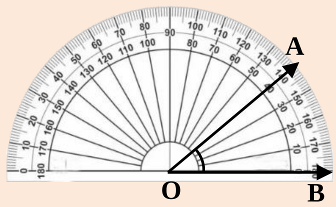


❖ **करो और सीखो -**

अब आप भी नीचे दिए गए माप के कोण बनाइये।

(1) $\angle ABC = 120°$ (2) $\angle MNO = 50°$

उदाहरण : चांदे के सहायता से घड़ी की दिशा में और घड़ी की विपरीत दिशा में 40° का कोण बनाइये।

घड़ी की दिशा में कोण	चरण	घड़ी की विपरीत दिशा में कोण
  	(1) 40° का कोण न्यून कोण है। (2) चाँद केन्द्र बिन्दु कोण के शीर्ष पर रखिए। (3) शीर्ष को केन्द्र बिन्दु से हटाए बिना चांदे को व्यवस्थित कीजिए जिससे की उसकी एक भुजा आधार रेखा के साथ हो। (4) मापन रेखा को देखिए जहाँ आधार रेखा 0° दर्शाती है। (5) इस कोण को पढ़िए, यहाँ $\angle AOB = 40^\circ$ बनता है।	  

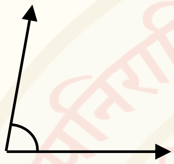
प्रश्नावली- 8.2

1) चांदे की सहायता से निम्नलिखित माप के कोण बनाइये ।

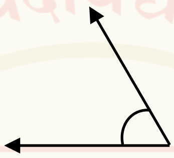
(i) 90° (ii) 45° (iii) 60° (iv) 120°

2) निम्नलिखित कोणों को चांदे की सहायता से मापकर उनका माप लिखिए ।

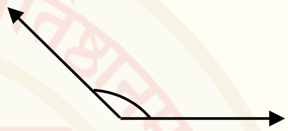
(i)



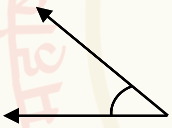
(ii)



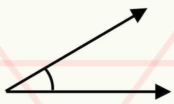
(iii)



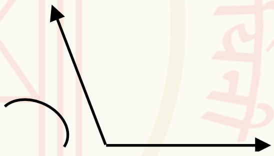
(iv)



(v)

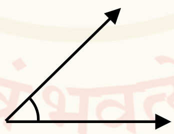


(vi)



(vii)

(viii)



(ix)

----

3) रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए -

(ऋजुकोण, समकोण, अधिक कोण, न्यूनकोण, कोण, शीर्ष बिन्दु)

(1) ऐसा कोण जिसका माप 90° हो --------------- कहलाता है।

(2) ऐसा कोण जिसका माप 180° (अंश) हो --------------- कहलाता है।

(3) ऐसा कोण जो शून्य 0 से बड़ा परन्तु 90° से छोटा हो --------------- कहलाता है।

(4) ऐसा कोण जो 90° से बड़ा परन्तु 180° से छोटा हो --------------- कहलाता है।

(5) जब दो किरण एक बिन्दु पर मिलती है तब --------------- बनता है।

(6) कोण के जिस बिन्दु पर दोनों रेखाएँ मिलती हैं तो उसे कोण ------------- कहते हैं।

4) निम्नलिखित वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के सही विकल्प का चयन करें।

(1) समकोण कितने अंश का होता है ।

(i) 180 ° (ii) 90 ° (iii) 45 ° (iv) 60 °

(2) निम्न में न्यूनकोण है।

(i) 90 ° (ii) 60 ° (iii) 100 ° (iv) 95°

(3) निम्न में अधिक कोण है ।

(i) 120 ° (ii) 135 °

(iii) (i) और (ii) (iv) इनमे से कोई नहीं

(4) ऋजुकोण का माप है ।

(i) 90 ° (ii) 100 ° (iii) 180 ° (iv) 0 °

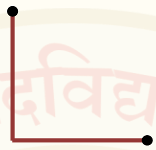
➢ हमने सीखा

1. बिन्दु एक स्थिति निर्धारित करता है इससे सामान्यतः अंग्रेजी के बड़े अक्षर से व्यक्त किया जाता है।

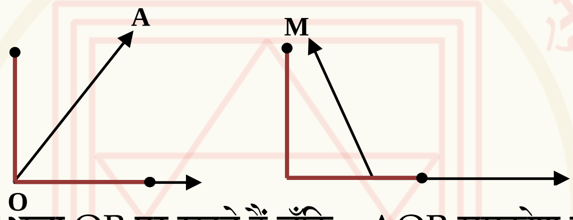
2. दो बिन्दु को जोड़नें वाला सबसे छोटा रास्ता एक **रेखाखण्ड** दर्शाता है यदि दो बिन्दु A और B को मिलाने वाले रेखाखण्ड को AB को मिलाने वाले रेखाखण्ड को $\overline{AB}$ से दर्शाते हैं।
3. जब एक रेखाखण्ड जैसे AB को दोनों तरफ बिना किसी अन्त के विस्तृत किया जाता है, तो हमें एक **रेखा** $\overleftrightarrow{AB}$ प्राप्त होती है।
4. किरण रेखा का भाग है जो एक बिन्दु से प्रारम्भ होकर बिना किसी अन्त के विस्तृत होती है।
5. दो विभिन्न रेखाएँ जब एक-दूसरे को किसी एक बिन्दु पर मिलाती या काटती हैं, तो वे **प्रतिच्छेदी रेखाएँ** कहलाती है।
6. वे रेखाएँ जब एक-दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करती अर्थात् नहीं काटती हैं, तो वे **समान्तर रेखाएँ** कहलाती हैं।
7. दो या दो से अधिक रेखाएँ एक ही बिन्दु से गुजरती हैं तो वे रेखाएँ **संगामी** होती हैं।
8. एक ही बिन्दु से प्रारम्भ होने वाली दो किरणों के मध्य **कोण** बनता है।
9. चांदे की सहायता से हम घड़ी दिशा और घड़ी के विपरीत दिशा में कोण बना सकते हैं।
10. कोणों के अंशों में मापने के लिए हम चांदे का प्रयोग करते हैं। **समकोण** का माप 90° और **ऋजुकोण** का माप 180° होता है। एक कोण जिसका माप समकोण (90°) से कम हो **न्यूनकोण** कहलाता है। ऐसा कोण जिसका माप 90° से अधिक एवं 180° से कम हो **अधिक कोण** कहलाता है।

कक्षा गतिविधि :- 1

माचिस की दो तीलियाँ लीजिए इन्हें एक-दूसरे के छोर पर मिलाकर (∟) आकृति बनाइये। यह आकृति समकोण 90° के बराबर होगी। इस आकृति को हम टेस्टर (Tester) की तरह काम लेगें। चित्र



कोण टेस्टर

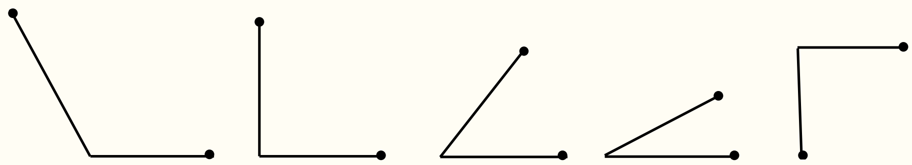


(i) ∠AOB की भुजा OB पर रखते हैं चूँकि ∠AOB समकोण से छोटा है अतः न्यून कोण होगा।

(ii) आपके द्वारा टेस्टर को कोण की भुजा ON पर इस प्रकार रखे कि टेस्टर का कोना O पर ठीक से आ जाए।

चूँकि ∠MON समकोण से बड़ा है। अतः यह अधिककोण होगा।

नीचे दिए गए कोणों को समकोण टेस्टर से माप कर बताइये कि ये कोण न्यून, अधिक या समकोण है।



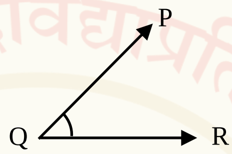
कक्षा में विद्यार्थी इन कोणों को देखते हैं और चर्चा करते हैं।

अभिषेक :- प्रत्येक कोण में कितनी किरणें हैं ?

शुभम :- सभी कोण में दो-दो किरणें हैं।

अभिषेक :- परन्तु इसका प्रारम्भिक बिन्दु तो एक ही है।

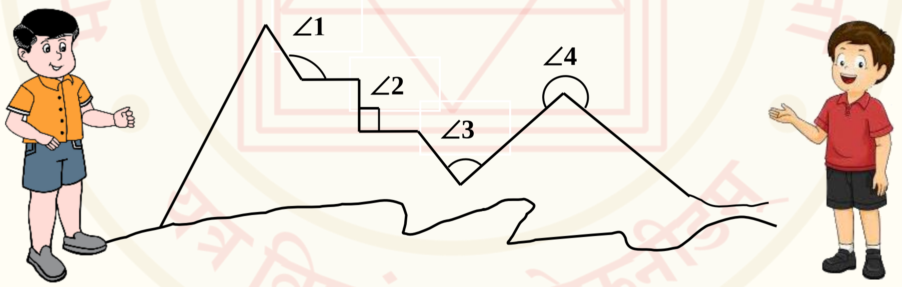
गुरुजी :- हाँ , बटुकों ! यदि एक ही प्रारम्भिक बिन्दु से दो किरणें निकलती हैं तो कोण बनता है तथा वह प्रारम्भिक बिन्दु कोण का शीर्ष कहलाता है।



कक्षा गतिविधि :- 2

चाँद् की सहायता से कोण मापना –

एक आश्रम में वरदराज और प्रत्यय के बीच के रास्ते में बने हुए $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ एवं $\angle 4$ कोणों का मापन कर माप लिखिए।



$\angle 1$ = ... $\angle 2$ = ... $\angle 3$ = ... $\angle 4$ = ...

कक्षा गतिविधि :- 3

गतिविधि - 2 में कोणों को टेस्टर से मापा तथा उन्हें न्यूनकोण, समकोण व अधिक कोण में बाँटा पुन: चांदे की सहायता से माप कर सारणी में लिखिए।

न्यूनकोण के माप				
अधिककोण के माप				
समकोण का माप				
ऋजुकोण का माप				

इस गतिविधि के अनुसार हमने पाया कि सभी न्यूनकोण 90° से कम माप के एवं अधिक कोण 90° से अधिक व 180° से कम माप के हैं।

कोणों को देखकर विद्यार्थी कक्षा में चर्चा करते हैं ।

आयुष :- अर्थात् 0° से 90° के मध्य के कोण न्यूनकोण कहलाते हैं।

आशा :- और 90° का कोण समकोण कहलाता है।

अभिषेक :- ये 180° का कोण क्या कहलाता है?

शीतल :- 180° के कोण को ऋजु कोण (सरल कोण) कहते हैं।

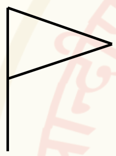
गुरुजी :- हाँ, बिल्कुल सही चर्चा की है - 90° से छोटे न्यूनकोण एवं 90° से बड़े अधिक कोण होते हैं। 90° के कोण समकोण एवं 180° के कोण को ऋजुकोण (सरल कोण) कहलाते हैं।

अध्याय - 9

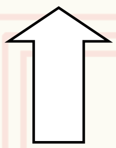
सरल द्विविमीय आकृतियाँ

प्रिय बटुकों ! हम अपने चारों ओर कई वस्तुएँ देखते हैं। उनमें से कुछ वस्तुओं के पृष्ठ समतल जबकि कुछ के असमतल होते हैं। नीचे कुछ समतलीय आकृतियों के चित्र दिए गए हैं, उन्हें ध्यान से देखिए।

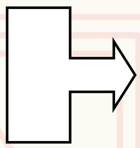
(i)



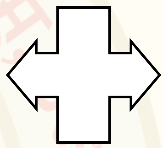
(ii)



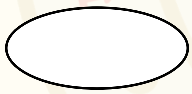
(iii)



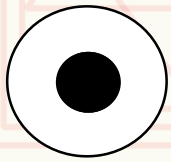
(iv)



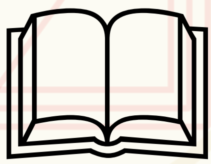
(v)



(vi)



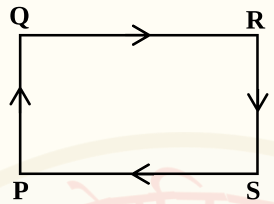
(vii)



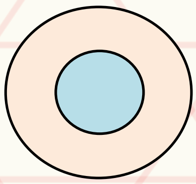
(viii)

उपर्युक्त आकृतियों को देखकर हम समझ सकते हैं कि समतल, एक सपाट पृष्ठ होता है। जिसे चारों तरफ अनन्त तक बढ़ाया जा सकता है। इस प्रकार समतल का विस्तार चारों तरफ अनन्त तक होता है। यह माना जाता है कि तल की असीमित लम्बाई और चौड़ाई होती है। परन्तु मोटाई नहीं होती है।

ऐसी आकृति जिसमें पेंन्सिल एक बिन्दु से चलना प्रारम्भ कर बिना उसे काटे और बिना पेंन्सिल उठाए पूरी आकृति पर बनाई जा सके वह **सरल आकृति** कहलाती है।

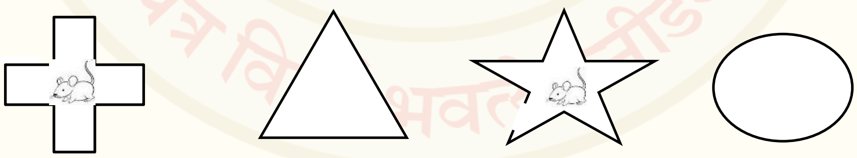


आकृति को बिन्दु P से चलकर बिना पेंन्सिल उठाए और रेखाओं को काटे बिना क्रमशः P, Q, R व S होते हुए, पूरी आकृति बना सकते हैं। अतः यह सरल आकृति है। इसके विपरीत वह आकृति जो बिना पेंन्सिल उठाए नहीं बनाई जा सकती है वह **जटिल आकृति** होती है। **जैसे :**

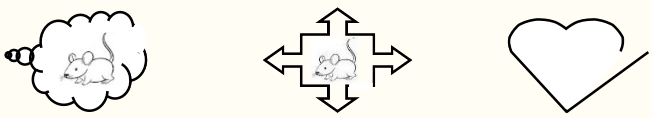


खुली एवं बन्द आकृतियाँ -

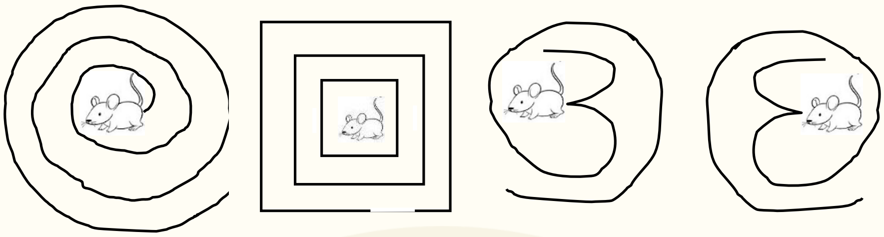
नीचे प्रत्येक आकृति में चूहा है आप पता लगाइये कि चूहा किन-किन आकृतियों से बाहर निकल जाएगा।



(i) (ii) (iii) (iv)

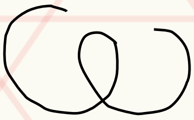


(v) (vi) (vii) (viii)

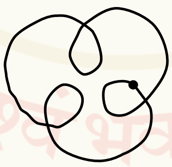


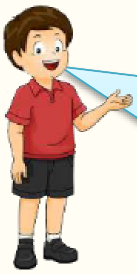
(ix) (x) (xi) (xii)

आकृति (ii), (iv) एवं (viii) में से यहाँ बाहर नहीं निकल पा रहा है अतः ये **बन्द आकृतियाँ** हैं वे आकृतियाँ जो अपने प्रारम्भिक बिन्दु पर समाप्त होती हैं, बन्द आकृतियाँ कहलाती हैं वे आकृतियाँ जो अपने प्रारम्भिक बिन्दु पर समाप्त नहीं होती है, वे **खुली आकृतियाँ** कहलाती हैं। चित्र



इस चित्र में एक हिस्सा बन्द होते हुए भी यह बन्द आकृति नहीं है, क्योंकि हम प्रारम्भिक शुरुआत बिन्दु पर नहीं पहुच सकते हैं।





लेकिन इस आकृति में हम आसानी से शुरुआती बिन्दु पर पहुँच सकते हैं। इसलिए ये बन्द आकृति है पर कई बिन्दुओं पर काटती है। अतः ये एक जटिल आकृति हुई।

लेकिन इस आकृति में हम आसानी से शुरुआती बिन्दु पर पहुँच सकते हैं । इसलिए ये बन्द आकृति है पर कई बिन्दुओं पर काटती है। अतः ये एक जटिल आकृति हुई।

क्या आप बता सकते हैं कि P किस प्रकार की आकृति है ?

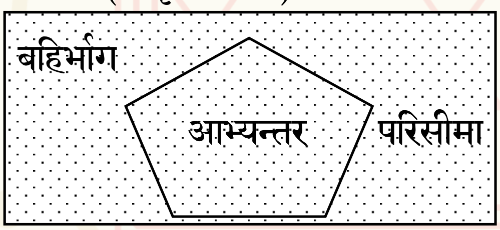
P

एक बन्द आकृति में तीन भाग होते हैं।

(1) आभ्यन्तर

(2) बहिर्भाग

(3) परिसीमा (आकृति स्वयं)



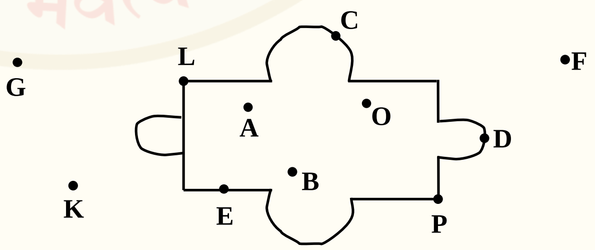
❖ **करो और सीखो :-**

दिये गये चित्र में कौन-कौन से बिन्दु बन्द आकृति के आभ्यन्तर, बहिर्भाग, परिसीमा पर स्थित हैं।

(1) आभ्यन्तर = ...

(2) बहिर्भाग = ...

(3) परिसीमा = ...



बहुभुज –

वैदिक वाङ्मय में अग्नि के स्थान को बताते हुए ज्यामिति आकारों का उल्लेख मिलता है।

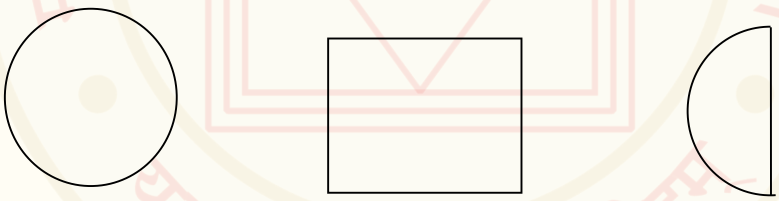
अस्माकम् अग्ने अध्वरं जुषस्व सहसः सूनो त्रिषधस्थ।

(ऋग्वेद 5/4/8)

यज्ञस्य केतुं प्रथमं पुरोहितम् अग्निन्नर स्त्रिषधस्थे समिन्धते।

(तैत्तिरीय संहिता. सं. 4/4/4/3)

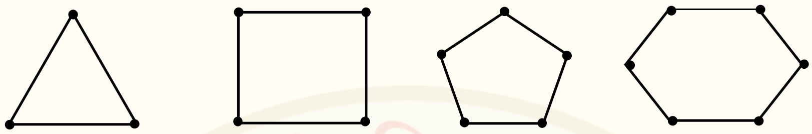
ऋग्वेद एवं तैत्तिरीय संहिता में अग्नि को 'त्रिषधस्थ' अर्थात् अग्नि के तीन स्थान बताये गए है। अग्नि के इन तीन स्थानों में – (1) गार्हपत्य अग्नि की वेदी मण्डलाकार (Circle)(2) आहवनीय की चतुर्भुज (Square) (3) दक्षिणाग्नि की अर्धवृत्ताकार या अर्धचन्द्राकार (Semi-circle) होती है।

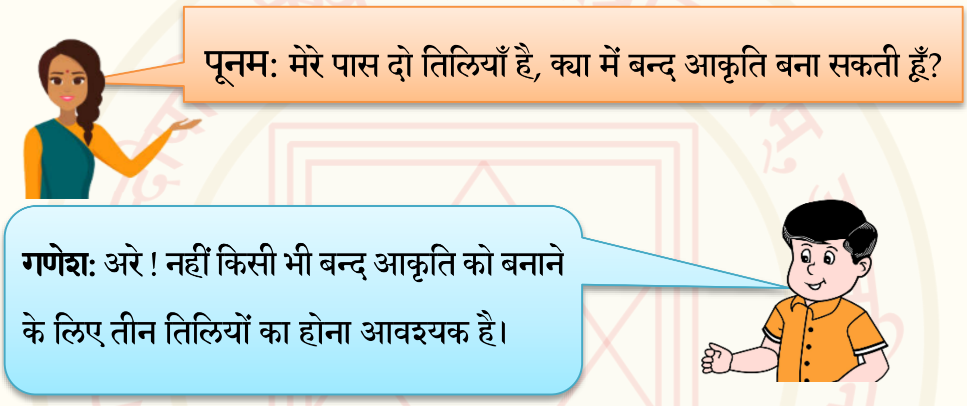


गार्हपत्य आहवनीय दक्षिणाग्नि

श्रौतयज्ञ में अग्नि के 'त्रिषधस्थ' स्थान (गार्हपत्य, आहवनीय और दक्षिणाग्नि)को विधि पूर्वक स्थापन को 'श्रौतधान' कहते है। इन अग्नियों में किये जाने वाले यज्ञों के नाम 'श्रौतकर्म' है।

माचिस की तीलियों को कार्ड शीट पर चिपका कर कुछ बन्द आकृतियों को निम्न प्रकार से बनाए।





इस प्रकार की बन्द आकृति जो तीन या तीन से अधिक भुजाओं द्वारा निर्मित हो उन्हें **बहुभुज** कहते हैं।

लीलावती गणित में किसी बन्द आकृति को परिभाषित करते हुए उस बन्द आकृति को बनाने के विषय में निम्न श्लोक मिलता है।

धृष्टोद्दिष्टमृजुभुजं क्षेत्रं यत्रैकबाहुत: स्वल्पा।

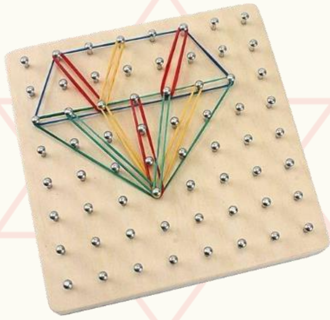
तदितरभुजयुतिरथ वा तुल्या ज्ञेयं तदक्षेत्रम्।।

(लीलावती गणित, अक्षेत्रलक्षणसूत्रम् 208)

अर्थ:- जिस क्षेत्र (त्रिभुज एवं चतुर्भुज आदि) में एक भुज से शेष भुजों का योग अल्प या तुल्य हो, तो उसे अक्षेत्र समझना चाहिये, अर्थात् वैसा क्षेत्र नहीं बन सकता है।

भाव:- किसी बन्द आकृति (त्रिभुज एवं चर्तुभुज इत्यादि) में एक भुजा का योग, अन्य भुजाओं के योग से कम या बराबर होने पर बन्द आकृति नहीं बनाई जा सकती है अर्थात किसी बन्द आकृति में एक भुजा का योग अन्य भुजाओं के योग से कम होता है।

आप जियो बोर्ड पर रबड़ या धागे की सहायता से कई बहुभुज आकृतियों को बना सकते हैं।

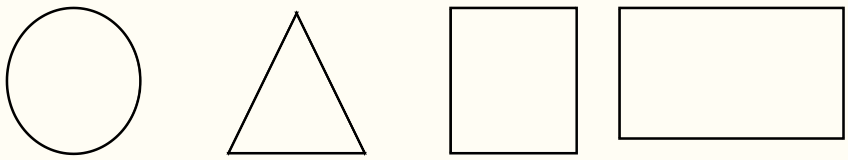


जियो बॉक्स

नोट - बन्द आकृतियों का क्षेत्रफल एवं परिमाप ज्ञात किया जा सकता है।

द्विविमिय आकृति (2D आकृति) :-

वे सभी समतल आकृतियाँ जिनमें लम्बाई एवं चौड़ाई होती है। उन्हें **द्विविमिय आकृति** कहते हैं। 2D की आकृतियों को कागज पर प्राप्त किया जा सकता हैं। आइये, द्विविमिय आकृतियों को समझते हैं।



वृत्त त्रिभुज वर्ग आयत

त्रिभुज –

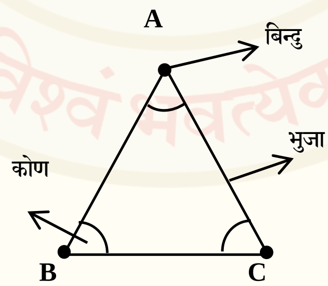
लीलावती गणित की बुद्धिविलासिनी व्याख्या में त्रिभुज के बारे में निम्न पंक्ति मिलती है।

तिस्त्रोऽस्त्रय: कोणा यस्येति त्र्यस्त्रम् ।

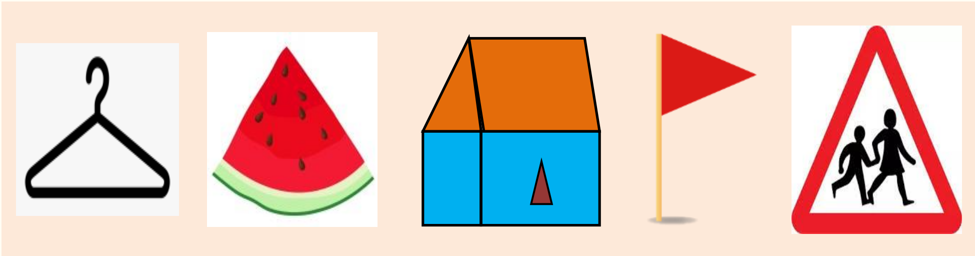
(लीलावती गणित ,अथ क्षेत्रव्यवहार,बुद्धिविलासिनी व्याख्या)

अर्थात् तीन असरेंख बिन्दुओं से मिलकर बनी हुई बन्द् आकृति को **त्रिभुज** कहते हैं। त्रिभुजाकार आकृति में तीन भुजाएँ, तीन शीर्ष एवं तीन कोण होते हैं।

1. त्रिभुज के तीनों अन्त:कोणों का योग 180° होता है।
2. त्रिभुज सबसे कम भुजाओं वाला बहुभुज है।



आपको दैनिक जीवन में त्रिभुज की आकृतियाँ कहाँ-कहाँ दिखाई देती है। चित्र



त्रिभुज के प्रकार :-

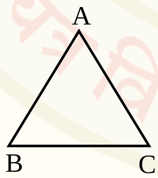
भुजाओं एवं कोणों के आधार पर त्रिभुज का वर्गीकरण किया गया है।

त्रिभुज

- भुजाओं के आधार पर
  - समबाहु त्रिभुज
  - समद्विबाहु त्रिभुज
  - विषमबाहु त्रिभुज
- कोणों के आधार पर
  - न्यूनकोण त्रिभुज
  - समकोण त्रिभुज
  - अधिककोण त्रिभुज

1. समबाहु त्रिभुज -

जिस त्रिभुज की तीनों भुजाएँ बराबर हो तो उसे **समबाहु त्रिभुज** कहते हैं।

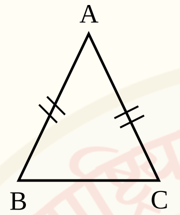


आकृति में तीन भुजा AB, BC, CA तीन भुजा है। अतः AB = BC=CA

नोट - समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण 60° (अंश) का होता है।

2. समद्विबाहु त्रिभुज -

जिस त्रिभुज की दो भुजाएँ समान हो एवं एक भुजा अलग हो तो उसे **समद्विबाहु त्रिभुज** कहते हैं।

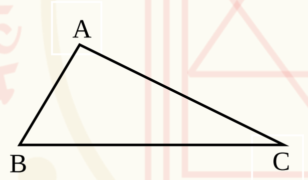


आकृति में भुजा AB एवं AC भुजा बराबर है, AB = AC एवं एक भुजा BC बराबर नहीं हैं।

अतः AB = AC ≠ BC

3. विषमबाहु त्रिभुज -

ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाएँ बराबर नहीं हो तो उसे **विषमबाहु त्रिभुज** कहते हैं।

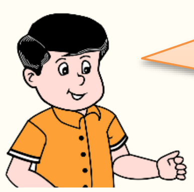


आकृति में तीनों भुजाएँ AB, BC, AC तीनों बराबर नहीं हैं।

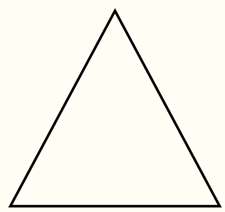
अतः, AB ≠ BC ≠CA

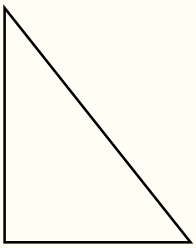
कोणों के आधार -

कक्षा में बटुकों ने कागज से अलग-अलग प्रकार की त्रिभुजाकार आकृतियाँ बनाई।

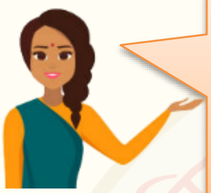


मैंने जो त्रिभुजाकार आकृति काटी उसके कोणों को अलग-अलग मापा तो वे न्यूनकोण हैं।

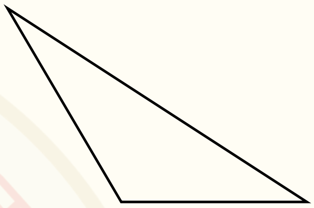




मेरे पास जो त्रिभुजाकार आकृतियाँ हैं, उसके कोण अलग-अलग हैं। एक कोण समकोण बाकि न्यूनकोण हैं।

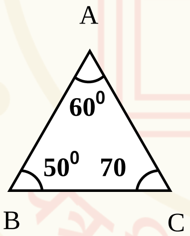


मेरे पास जो त्रिभुजाकार आकृतियाँ है, उसके कोणों में एक अधिक कोण है बाकि सभी न्यूनकोण हैं।



i) न्यूनकोण त्रिभुज-

वह त्रिभुज जिसके तीनों कोण न्यूनकोण हो तो वह **न्यूनकोण त्रिभुज** कहलाता है।



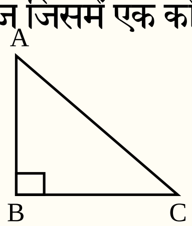
आकृति में दिये गये तीनों कोण

$A = 60^{\circ}$ $B = 50^{\circ}$ $C = 70^{\circ}$

तीनों कोण न्यूनकोण हैं अतः ये न्यूनकोण है।

ii) समकोण त्रिभुज -

वह त्रिभुज जिसमें एक कोण समकोण हो तो वह **समकोण त्रिभुज** कहलाता है।

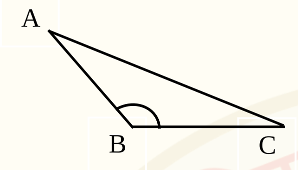


आकृति में तीन कोणों में B समकोण (90°) है।

अतः ये एक समकोण त्रिभुज है।

(iii) अधिककोण त्रिभुज -

वह त्रिभुज जिसमें एक कोण अधिक कोण हो तो वह **अधिककोण त्रिभुज** कहलाता है।



आकृति में कोण B एक अधिक कोण है अतः ये एक अधिक कोण त्रिभुज है।

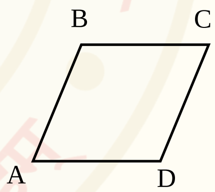
चतुर्भुज –

लीलावती गणित की बुद्धिविलासिनी व्याख्या में चतुर्भुज के बारे में निम्न पंक्ति मिलती है।

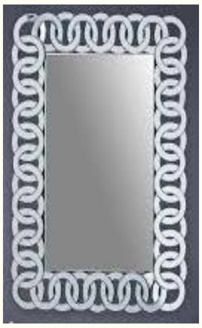
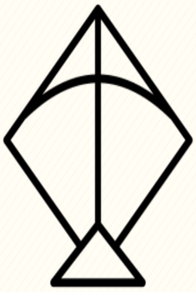
चतस्रोऽस्रयो यस्येति चतुस्रम् ।

(लीलावती गणित ,अथ क्षेत्रव्यवहार,बुद्धिविलासिनी व्याख्या)

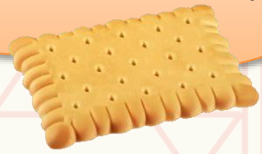
अर्थात् चार बिन्दुओं से मिलकर बनी हुई बन्द आकृति **चतुर्भुज** कहलाती है। उपर्युक्त आकृति चार बिन्दु ABCD से मिलकर बनी है। चतुर्भुज में चार कोण, चार भुजा एवं चार शीर्ष बिन्दु होते हैं। चतुर्भुज के चारों अन्त:कोणों का योग 360° होता है।



आपने दैनिक जीवन में चर्तुभुंज की आकृतियाँ तो देखी ही होगी-

इसका मतलब है कि जो में सुबह बिस्किट खाता हूँ उसकी आकृति भी चतुर्भुज की है।



कक्षा में पवन और गणेश ने चतुर्भुज की भुजाओं को बराबर करके चतुर्भुज की आकृति बनाई है।

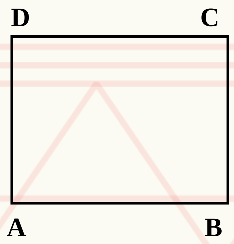
पवन - जब मैंने इस आकृति में भुजाओं के कोणों को मापा तो सभी कोण बराबर हैं साथ ही आमने-सामने की भुजाएँ भी बराबर हैं।

गणेश - मेरे द्वारा बनाई इस चतुर्भुजाकार आकृति में सभी कोण एवं सभी भुजाएँ बराबर हैं।

गुरुजी - हाँ, ये दोनों चतुर्भुज हैं क्योंकि इनमें भी चार भुजाएँ एवं चार कोण हैं। लेकिन ये एक विशेष प्रकार के चतुर्भुज हैं, पवन के द्वारा बनाया गया चतुर्भुज **आयत** एवं गणेश के द्वारा बनाया गया चतुर्भुज **वर्ग** बनाया है।

वर्ग :-

ऐसा चतुर्भुज जिसमें सभी भुजाएँ समान हों एवं प्रत्येक कोण समकोण हों तो उस चतुर्भुजाकार **वर्ग** कहलाता है।

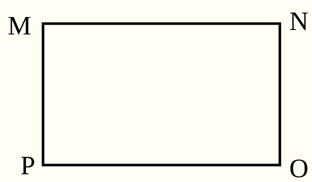


आकृति में AB = BC = CD = DA एवं ∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°

यहाँ सभी कोण बराबर हैं एवं चारों भुजाएँ समान हैं अतः यह चतुर्भुजाकार आकृति वर्ग है।

आयत -

ऐसा चतुर्भुज जिसमें आमने-सामने की भुजाएँ बराबर हों एवं प्रत्येक कोण समकोण (90°) हों तो उस चतुर्भुजाकार **आयत** कहलाता है।



आकृति में चारों कोण ∠M = ∠N = ∠O = ∠P = 90° पर बराबर हैं एवं भुजा MN बराबर है PO के तथा भुजा MP बराबर है NO के अतः, MN = PO एवं MP = NO आमने - सामने की भुजाएँ बराबर हैं। यह चतुर्भुजाकार आकृति आयत कहलाती है।

❖ **करो और सीखो :**

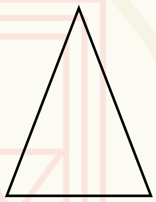
निम्न आकृतियों को देखकर रिक्त-स्थान की पूर्ति करें -

त्रिभुज :

कितनी भुजाएँ = ...

कितने कोण = ...

कितने शीर्ष = ...



चतुर्भुज :

कितनी भुजाएँ = ...

कितने कोण = ...

कितने शीर्ष = ...

प्रश्नावली– 9.1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) एक त्रिभुज जिसकी तीन भुजाएँ असमान हो .... त्रिभुज कहलाता है।:

(I) समबाहु (II) समद्विबाहु (III) विषमबाहु (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) एक त्रिभुज जिसकी दो भुजाएँ समान हो .... त्रिभुज कहलाता है।:

(I) समबाहु (II) समद्विबाहु (III) विषमबाहु (IV) इनमें से कोई नहीं

(स) ऐसा त्रिभुज जिसका एक कोण अधिककोण हो .... त्रिभुज कहलाता है।

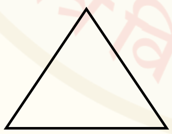
(I) न्यूनकोण (II) अधिककोण (III) समकोण (IV) इनमें से कोई नहीं

(द) ऐसी आकृति जिसमें चार भुजाएँ हो .... कहलाता है।:

(I) त्रिभुज (II) चतुर्भुज (III) विषमबाहु त्रिभुज (IV) इनमें से कोई नहीं

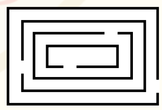
2. नीचे दी आकृतियों में खुली व बन्द आकृति बताइये ।

(i)

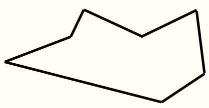


(ii)

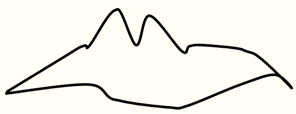
(iii)



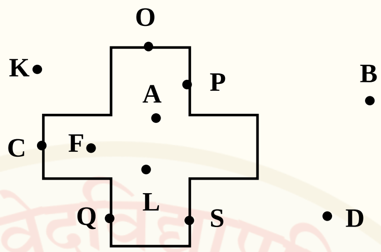
(iv)



(v)



3. नीचे दी गई आकृति को देखकर प्रश्नों के उत्तर दीजिए –



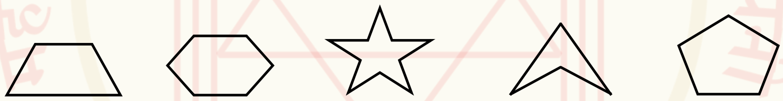
(i) उपर्युक्त दी गई आकृति में आभ्यन्तर भाग के बिन्दु बताइये ?

(ii) ऐसे बिन्दुओं को लिखिए जो आकृति के बहिर्भाग में है ?

(iii) क्या O एवं Q बिन्दु आकृति की परिसीमा पर है ?

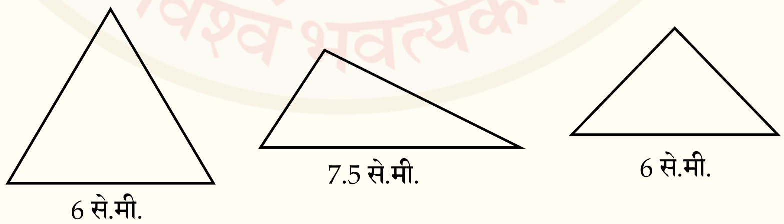
4. निम्नांकित बहुभुजों को देखकर भुजाओं की संख्या बताइये ?

(i) (ii) (iii) (iv) (v)



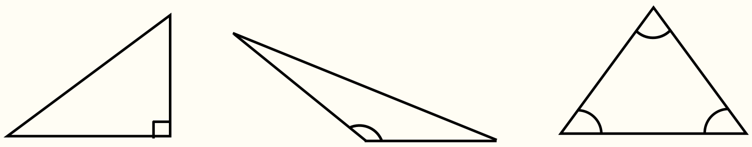
5. भुजाओं के आधार पर निम्न त्रिभुजों के प्रकार लिखिए।

(i) (ii) (iii)



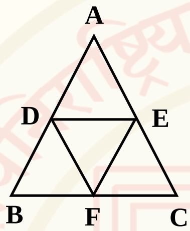
6. निम्न आकृतियों में त्रिभुजों के नाम कोणों के आधार पर लिखिए –

(i) (ii) (iii)

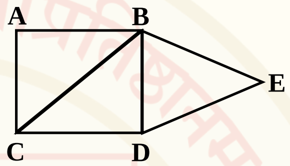


7. निम्न आकृतियों में बनें सभी त्रिभुजों के नाम लिखिए और बताइए कितने त्रिभुज बनेंगे।

(i)

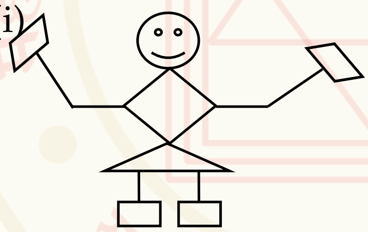


(ii)

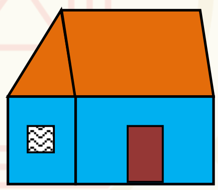


8. निम्न आकृतियों में कितने त्रिभुज , वृत्त एवं चतुर्भुज की आकृति बनेगी संख्या लिखिए।

(i)

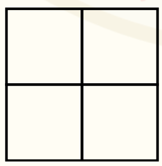


(ii)

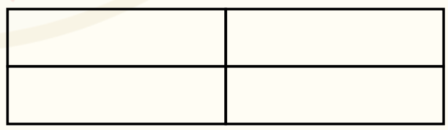


9. निम्न आकृति में वर्ग व आयत की संख्या बताइये।

(i)



(ii)



वर्गों की संख्या .... आयतों की संख्या ....

10. रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए :-

(1) त्रिभुज के तीनों कोण का योग .... है।

(2) चतुर्भुज के चारों कोणों का योग .... है।

(3) किसी त्रिभुज में .... कोण, शीर्ष एवं भुजा होती है।

(4) वर्ग की सभी भुजा .... होती है।

(5) आयत के सभी कोण .... होते हैं।

(6) आयत में आमने-सामने की भुजा .... होती है।

(7) भुजाओं के आधार पर त्रिभुज के प्रकार ....होते हैं।

11. एक शब्द में उत्तर दीजिए -

1. ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाएँ बराबर हो कौन-सा त्रिभुज कहलाता है ?
2. ऐसा त्रिभुज जिसकी दो भुजाएँ समान हों व एक भुजा अलग हो कौन-सा त्रिभुज कहलाता है ?
3. ऐसा चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हों कौन-सा चतुर्भुज कहलाता है ?
4. ऐसा त्रिभुज जिसका एक कोण अधिक कोण एवं अन्य कोण न्यूनकोण हो कौन-सा त्रिभुज कहलाता है ?
5. वह चतुर्भुज जिसकी सम्मुख भुजाएँ बराबर हो कौन-सा चतुर्भुज कहलाता है ?

हमनें सीखा :-

1. बन्द् आकृतियों के अन्दर के भाग को आभ्यन्तर, बाह्य भाग को बहिर्भाग एवं किनारे पर स्थित भाग को परिसीमा कहते हैं।
2. बन्द् आकृतियों के ही क्षेत्रफल एवं परिमाप ज्ञात किये जाते हैं।
3. तीन या तीन से अधिक भुजाओं से घिरी हुई बन्द् आकृति को बहुभुज कहते हैं। न्यूनतम तीन भुजाओं से बना बहुभुज **त्रिभुज** कहलाता है।
4. तीन बिन्दुओं से घिरी बन्द् आकृति त्रिभुज है । भुजाओं के आधार पर त्रिभुज का वर्गीकरण समबाहु , विषमबाहु एवं समद्विबाहु त्रिभुज हैं। कोणों के आधार पर त्रिभुज का वर्गीकरण न्यूनकोण, समकोण एवं अधिक कोण त्रिभुज हैं।
5. चार बिन्दुओं से घिरी हुई बन्द् आकृति **चतुर्भुज** कहलाती हैं।
6. ऐसा चतुर्भुज जिसमें आमने-सामने की भुजाएँ समान व प्रत्येक कोण समकोण 90° हों आयत कहलाता है।

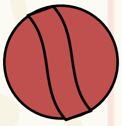
7. ऐसा चतुर्भुज जिसमें प्रत्येक कोण समकोण 90° एवं प्रत्येक भुजा समान हो वर्ग कहलाता है।

अध्याय - 10

त्रिविमिय आकृतियों की समझ

प्रिय बटुकों ! अध्याय 8 में हमनें द्विविमिय आकृतियों के अन्तर्गत वर्ग, वृत्त, आयत एवं त्रिभुज का अध्ययन किया। आपको स्मरण होगा कि द्विविमिय आकृति में लम्बाई एवं चौड़ाई होने के कारण इन्हें द्विआयामी आकृति भी कहते हैं। इस अध्याय में हम त्रिविमिय आकृतियों का अध्ययन करेंगे तथा द्विविमिय आकृति (2D) एवं त्रिविमिय आकृति (3D) के अन्तर को भी स्पष्ट करेंगे।

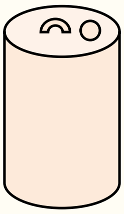
हमारे दिन-प्रतिदिन जीवन में हम अपने आस-पास कई वस्तुओं ठोस आकृतियों को देखते हैं। जिनके अलग-अलग आकार होते हैं। यहाँ कुछ ठोस आकृतियाँ दी जा रही हैं जो सपाट (Flat) आकार नहीं हैं।



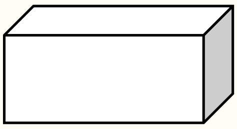
यह गेंद एक गोला है।

आइसक्रीम शंकु (Cone) के आकार की होती है।

इसका मतलब में जो आइसक्रीम खाता हूँ।
उसका आकार शंकु (Cone) है।



यह केन (can) एक बेलन (cylinder) है।



यह बॉक्स (Box) जो कि घनाभ के आकार का है।

(यह पासा(magic square box) जो कि घन के आकार का है।)

यह एक पिरामिड (pyramid) का आकार है।

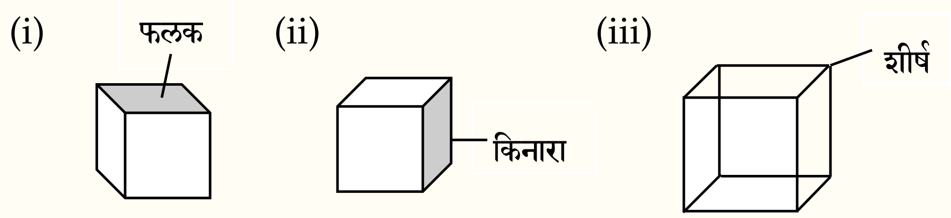
उपर्युक्त सभी ठोस आकारों को देखकर हम त्रिविमिय (3D) आकार की परिभाषा को समझते हैं।

त्रिविमिय आकार (3D आकार) -

वे सभी ठोस आकृतियाँ जिनमें लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई अथवा गहराई होती है। **त्रिविमिय आकृतियाँ** कहलाती है। ठोस आकृति होने के कारण सभी स्थान घेरती है । इन आकृतियों की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई तीन आयाम होने से इन्हें त्रिआयामी आकृति भी कहेंगे ।

फलक, किनारे और शीर्ष (Face, edge and vertex) -

अनेक त्रिविमिय आकारों में हम उनके फलक, किनारे और शीर्ष को आसानी से पहचान सकते हैं। इन तीन पदों अर्थात् फलक, किनारे और शीर्ष से हमारा तात्पर्य है।



फलक -

किसी ठोस आकार का वह भाग जो आप देख सकते हैं। **फलक** (Face) कहलाता है। फलक हमेशा सपाट होता है।

किनारा (Edge) **-**

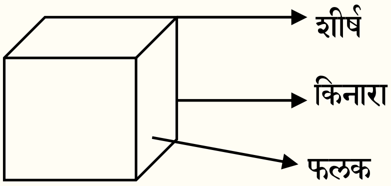
प्रत्येक दो सपाट फलक एक रेखाखण्ड पर मिलते हैं। उस रेखाखण्ड को **किनारा** (Edge) कहलाता हैं।

शीर्ष (Vertex) **-**

तीन रेखाखण्ड या तीन किनारे जिस बिन्दु पर मिलते हैं वह बिन्दु आकार का **शीर्ष** कहलाता हैं। आइए, त्रिविमिय आकृति को समझते हैं।

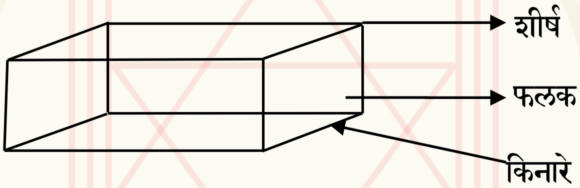
घन -

पासा, मैजिक Square box आदि ऐसे सभी आकार जिनके फलक वर्गाकार होते हैं। अर्थात् इनकी लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई पूर्णत: बराबर होती है। अतः ऐसी आकृतियाँ **घन** कहलाती हैं। वर्ग की त्रिविमिय (3D) या ठोस आकृति **घन** है घन की आकृति में 6 फलक, 8 शीर्ष तथा 12 किनारे होते हैं।

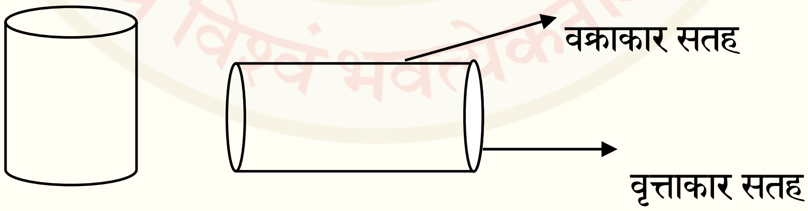


घनाभ -

माचिस, सूटकेस एवं सन्दूक आदि ऐसे सभी आकार जिनके फलक आयताकार होते हैं। अर्थात् घनाभ का प्रत्येक सपाट पृष्ठ आयताकार होता है। अर्थात् घनाभ के सभी किनारे समान नहीं होते हैं। आयत की त्रिविमिय (3D) या ठोस आकृति **घनाभ** है घनाभ में 6 फलक, 8 शीर्ष व 12 किनारे होते हैं, जो कि घन के समान ही हैं। चित्र



बेलन - क्या आपने कभी लोहे का पानी का पाइप, अनाज रखने का ड्रम आदि को देखा है ? अतः ऐसी आकृति जिनकी दो सतहें वृत्ताकार एवं एक सतह वक्राकार हो बेलन कहलाती है।



ड्रम पानी का पाइप

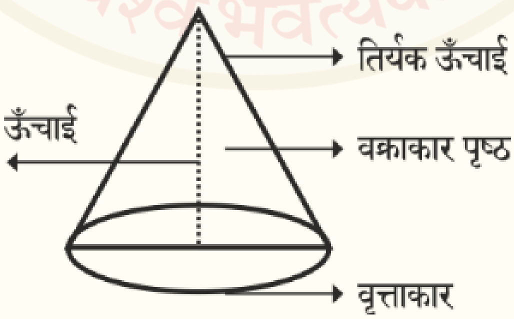
गोला -

गेंद, फुटबॉल, नीम्बू सभी की आकृति समान होती है। इनकी पूरी सतह वक्राकार होती है। अतः वे सभी आकृतियाँ गोलाकार हैं । क्या आप सिक्के को गोला कह सकते हैं ?

सोचिए : वृत्त और गोला में क्या अन्तर है ?

शंकु -

आपने कभी जन्मदिन में पहनने वाली टोपी एवं जोकर की टोपी आदि आकृति को देखा होगा अतः ऐसी आकृति जिसका एक सिरा वृत्ताकार तथा एक वक्राकार पृष्ठ हो **शंकु** कहलाता है ।यदि किसी शंकु का आधार एक वृत्त हो तो वह **लम्ब वृत्तीय शंकु** कहलाता है ।



प्रश्नावली 10.1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) वह रेखाखण्ड जिस पर दो सपॉट फलक मिले वह रेखाखण्ड.........................कहलाता है।

(I) फलक (II) किनारा (III) शीर्ष (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) निम्न में से घनाभ कौन-सी आकृति का त्रिविमिय आकृति है।

(I) वर्ग (II) आयत (III) घन (IV) इनमें से कोई नहीं

(स) निम्न में से त्रिभुज की त्रिविमिय आकृति कौन-सी है।

(I) शंकु (II) आयत (III) घन (IV) इनमें से कोई नहीं

(द) निम्न में से आयत की त्रिविमिय आकृति कौन-सी है।

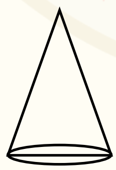
(I) घन (II) घनाभ (III) शंकु (IV) इनमें से कोई नहीं

(प) निम्न में से गोला किस आकृति का त्रिविमिय आकार है।

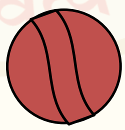
(I) वृत्त (II) आयत (III) वर्ग (IV) इनमें से कोई नहीं

2. निम्न चित्रों को पहचानकर नाम लिखिए -

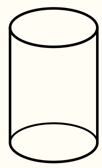
(i)



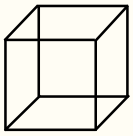
(ii)



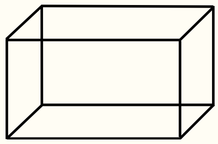
(iii)



(iv)



(v)



3. निम्न के उत्तर लिखिए -

    1. आपके विद्यालय में उपयोग की जाने वाली दो घनाभ आकृतियों के नाम लिखिए।
    2. किन्हीं दो गोलाकार फलों के नाम लिखिए ?
    3. आपके कम्पास बॉक्स का आकार कौन-सा है ?
    4. किन्हीं दो बेलनाकार आकृतियों के नाम लिखिए।

4. वृत्ताकार और गोलाकार में अन्तर लिखिये।

5. घनाकार और घनाभाकार में क्या अन्तर है।

6. त्रिविमिय आकृति से आप क्या समझते है।

7. त्रिविमिय आकृति के फलक ,किनारे और शीर्ष से आप क्या समझते है।

8. सत्य / असत्य लिखिए -

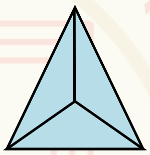
    1. घनाभ एवं घन के 8 शीर्ष होते हैं।
    2. घनाभ के सभी किनारे समान होते हैं।
    3. गोलाकार की सम्पूर्ण सतह वक्राकार होती है।
    4. घनाभ का पृष्ठ (फलक) वर्गाकार होता है।
    5. सभी त्रिविमिय आकृति ठोस होती है।

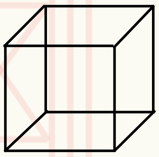
9. रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए -

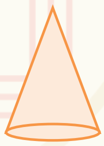
(वृत्ताकार, गोलाकार, आयताकार, वर्गाकार)

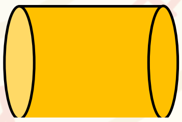
1. बेलन के दोनों सिरे .... होते हैं।
2. घनाभ का प्रत्येक फलक .... होता है।
3. गेंद् का आकार .... होता है।
4. घन का प्रत्येक फलक .... होता है।

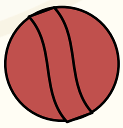
10. सही -जोड़ी का मिलान कीजिए -

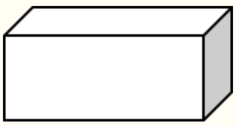
शंकु - 

गोला - 

बेलन - 

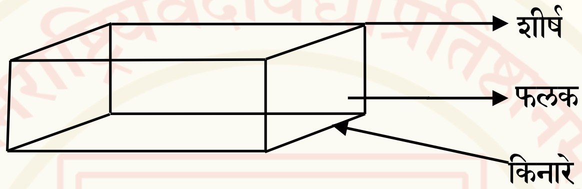
घनाभ - 

पिरामिड - 

घन - 

➢ हमने सीखा

1. ऐसे ठोस जिनमें लम्बाई तथा चौड़ाई के साथ-साथ ऊँचाई अथवा गहराई भी होती है । इन्हें **त्रिविमिय (3D) आकृतियाँ** कहते हैं।
2. त्रिविमिय आकृतियों में फलक, किनारे एवं शीर्षों को सरलता से पहचान करना।

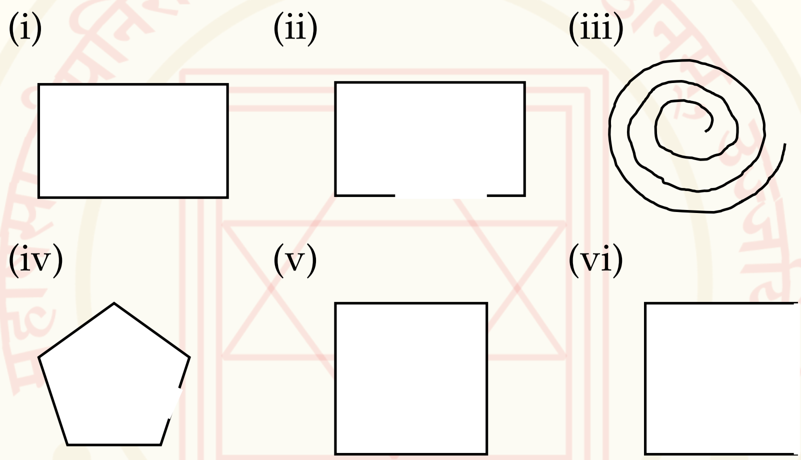


3. **घन** का प्रत्येक फलक वर्गाकार होता है। घन में 6 फलक, 8 शीर्ष व 12 किनारे होते हैं।
4. **घनाभ** का प्रत्येक फलक आयताकार होता है,घनाभ में 6 फलक, 8 शीर्ष व 12 किनारे होते हैं।
5. ऐसी आकृतियाँ जिनकी दो सतह वृत्ताकार तथा एक वक्राकार हो **बेलन** कहलाती हैं।
6. ऐसी आकृतियाँ जिनकी सम्पूर्ण सतह वक्राकार होती है जैसे - फुटबाल, गेंद आदि सभी **गोलाकार** हैं।

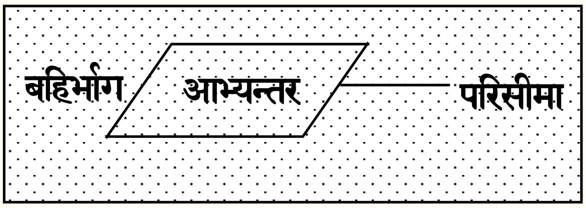
अध्याय - 11

परिमाप एवं क्षेत्रफल

प्यारे बटुकों ! हमनें पिछले अध्यायों में विभिन्न आकृतियों के बारे में अध्ययन किया है।आपको बन्द एवं खुली आकृतियों के बारे में स्मरण होगा। नीचे कुछ आकृतियाँ दी गई हैं,उन्हें ध्यान पूर्वक देखिए।



उपर्युक्त दी गई आकृतियों में (i) व (v) बन्द आकृति हैं। परन्तु (ii), (iii) व (iv) खुली आकृतियाँ हैं। आपको स्मरण होगा बन्द आकृति के तीन भाग-



ऊपर दी गई बन्द आकृतियों के चारों तरफ का माप परिमाप है। इस अध्याय में हम परिमाप एवं क्षेत्रफल से जुड़ी अवधारणा को समझेंगे।

ध्यान रहें - परिमाप एवं क्षेत्रफल हमेशा बन्द आकृतियों का ही ज्ञात किया जाता है।

परिमाप – वैदिक वाङ्मय में परिमाप एवं परिधि से सन्दर्भित मन्त्र का भी उल्लेख मिलता है।

सप्तास्यासन् परिधयस्त्रिः सप्त समिधःकृताः।

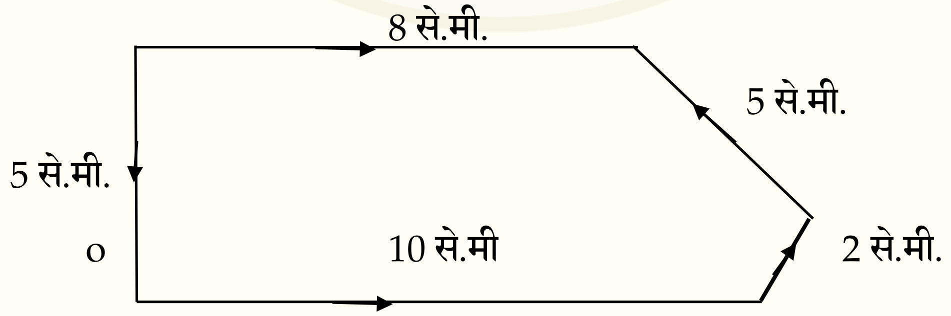
देवा यद्यज्ञं तन्वाना अबध्नन् पुरुषं पशुम्॥

(**यजुर्वेद**. 31/15)

उपर्युक्त यजुर्वेद के मन्त्र के भाष्य में पुरुषमेध यज्ञ में सात समुद्रों को परिधि के रूप में माना गया है।

किसी बन्द आकृति के चारों तरफ अथवा किनारे अथवा परिसीमा का एक पूरा चक्कर उस आकृति का परिमाप कहलाता है। दूसरे शब्दों में 'किसी बन्द आकृति की परिसीमा की लम्बाई ही उसका **परिमाप** कहलाती है।' परिमाप मापन के लिए सभी लम्बाइयों की इकाई (जैसे - से.मी., मीटर) समान होना आवश्यक है।

आइये , परिमाप के लिए नीचे दी गई आकृति पर विचार कीजिए ।



इस आकृति में हम O बिन्दु से शुरू कर तीर की दिशा में चलते हैं । वापस बिन्दु O पर पहुँचने तक की दूरी को आकृति का घेरा या **परिमाप** कहते हैं ।

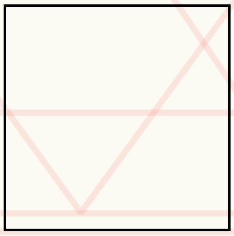
दी गई आकृति का परिमाप = 5 से.मी. + 10 से.मी. + 2 से.मी. +5 से.मी. + 8 से.मी.

= 30 से.मी.

आइये, वर्ग एवं आयत के परिमाप की गणना करते हैं।

वर्ग का परिमाप

वर्ग का परिमाप उसके चारों ओर की भुजाओं के जोड़ के बराबर होता है। अगर हमें वर्ग की भुजा की लम्बाई ज्ञात हो तो हम उस वर्ग का परिमाप ज्ञात कर सकते हैं। वर्ग का परिमाप ज्ञात करने के लिए वर्ग की किसी एक भुजा को 4 से गुणा करते हैं।



वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा

उदाहरण : निम्न आकृति का परिमाप ज्ञात कीजिए ।

हल : उपर्युक्त दी गई वर्ग की आकृति है।

अतः वर्ग का परिमाप = AB + BC + CD + DA

= 3 से.मी + 3 से.मी. + 3 से. मी. + 3 से.मी.

= 4 × 3 से.मी.

= 12 से.मी.

उदाहरण : वर्ग का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसकी एक भुजा 5 से.मी. है।

हल : हम जानते हैं,

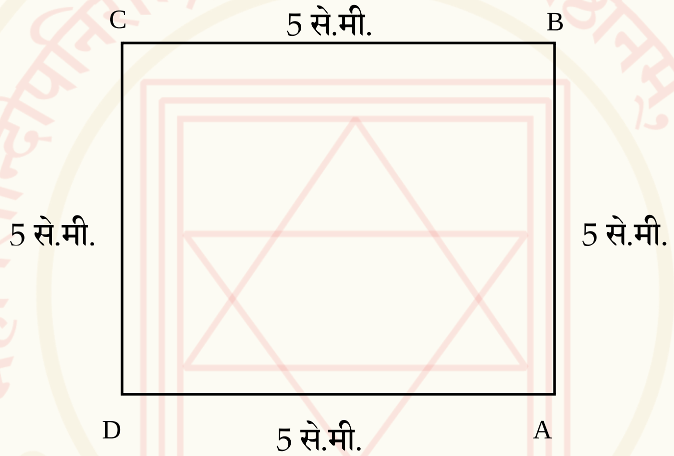
वर्ग का परिमाप = 4 × एक भुजा

= 4 × 5 से.मी.

= 20 से.मी.

अतः वर्ग का परिमाप 20 से.मी. होगा ।

अन्य विधि से :-



वर्ग ABCD का परिमाप = वर्ग की चारों भुजाओं का योग

= AB + BC + CD + DA

= 5 से.मी. + 5 से.मी. + 5 से.मी. + 5 से.मी.

= 4 × 5 से.मी.

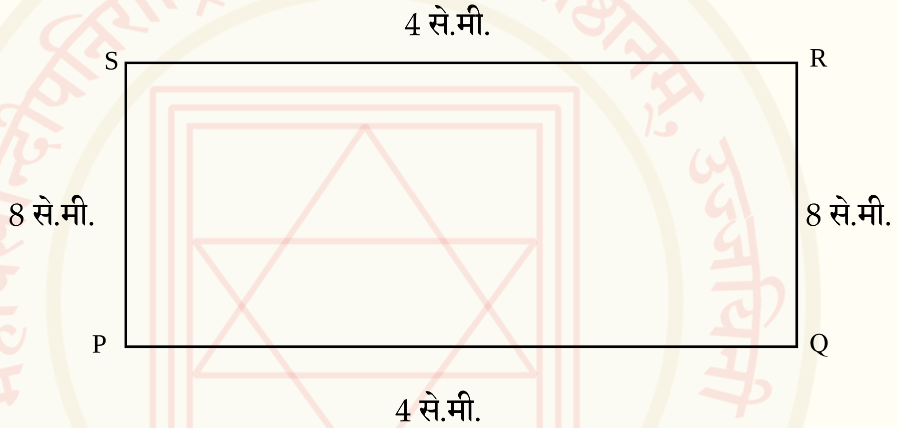
= 20 से.मी.

आयत का परिमाप -

आयत का परिमाप उसके चारों और की भुजाओं के जोड़ के बराबर होता है। आयत के विपरीत भुजाएँ या भाग एक-दूसरे के बराबर होते हैं इसलिए परिमाप ज्ञात करने के लिये आयत की लम्बाई एवं चौड़ाई के योग को 2 से गुणा करते हैं।

आयात का परिमाप = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)

उदाहरण : निम्न आयत का परिमाप ज्ञात कीजिए।



हल : उपर्युक्त दी गई आयत की आकृति है।

आयत का परिमाप = PQ + QR + RS + SP

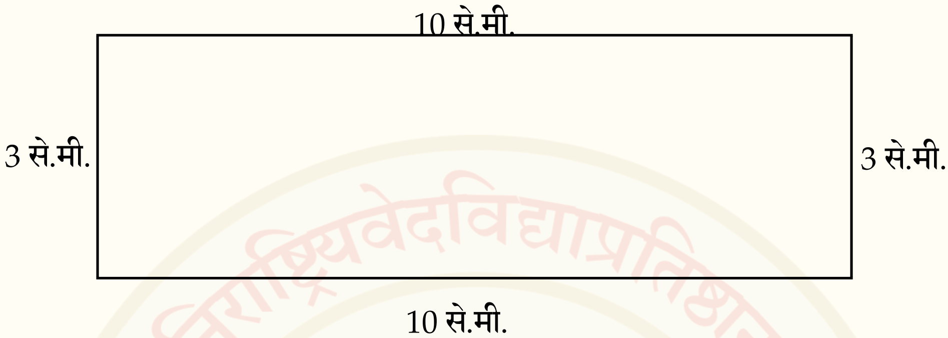
= 8 से.मी. + 4 से.मी. + 8 से.मी. + 4 से.मी.

= 2 × (8 से.मी. + 4 से.मी.)

= 2 × 12 से.मी.

= 24 से.मी.

उदाहरण : आयत का परिमाप ज्ञात कीजिए। जिसकी लम्बाई 10 से.मी. एवं चौड़ाई 3 से.मी. हो।



हल : दिया है - लम्बाई = 10 से.मी. एवं चौड़ाई = 3 से.मी.

हम जानते हैं,

आयत का परिमाप = 2 × (लम्बाई + चौड़ाई)

= 2 × (10 से.मी. + 3 से.मी.)

= 2 × (13 से.मी.)

= 26 से.मी.

प्रश्नावली– 11.1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) वर्ग का परिमाप = ...

(I) 4 × भुजा (II) 4 + भुजा (III) भुजा × भुजा(IV)इनमें से कोई नहीं

(ब) आयत का परिमाप = ...

(I) लम्बाई + चौड़ाई (II) 2 (लम्बाई + चौड़ाई)

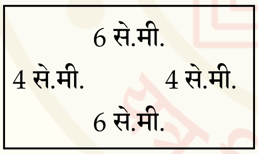
(III) लम्बाई × चौड़ाई (IV) 2 (लम्बाई × चौड़ाई)

(स) एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप 15 मीटर है तो त्रिभुज की भुजा का माप ....होगा।

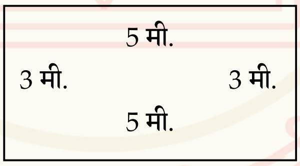
(I) 1 मीटर (II) 3 मीटर (III) 5 मीटर (IV) 6 मीटर

2. नीचे दिए प्रत्येक आयत का परिमाप ज्ञात कीजिए -

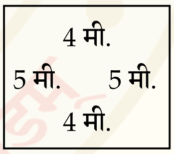
(i)



(ii)

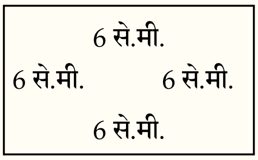


(iii)

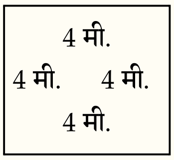


3. नीचे दिए गए प्रत्येक वर्ग का परिमाप ज्ञात कीजिए -

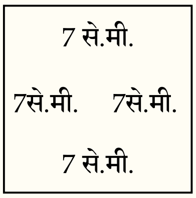
(i)



(ii)



(iii)



4. आयत का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई और चौड़ाई निम्न दी गई हों।

(1) 6 से.मी., 4 से.मी.

(2) 3 से.मी., 2 से.मी.

(3) 7 से.मी., 5 से.मी.

(4) 12 से.मी., 15 से.मी.

5. वर्ग का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसकी एक भुजा की माप निम्न दी गई हों।

(i) 4 से.मी. (ii) 6 से.मी. (iii) 7 से.मी.

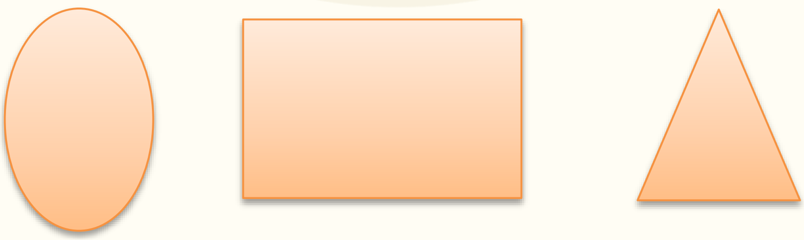
6. रजत द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिये यदि वह 10 मीटर भुजा वाले एक वर्गाकार पार्क के चार चक्कर लगाये हो ।

7. नन्दनी अपने आयताकार आँगन जिसकी लम्बाई 5 मीटर तथा चौड़ाई 3 मीटर के 7 चक्कर लगाती है। तो नन्दनी द्वारा तय की गयी दूरी बताइये।

क्षेत्रफल -

नीचे दी गई बन्द आकृतियों को देखिए कि ये सभी आकृतियाँ तल में कुछ क्षेत्र को घेरती है।

(1) (2) (3)



बन्द आकृतियों द्वारा घेरे गए तल के परिणाम को उसका **क्षेत्रफल** कहते हैं। क्या आप बता सकते हैं ? ऊपर दी गई आकृतियों में किसका क्षेत्रफल अधिक है?

लीलावती गणित में समान कर्ण वाले चतुर्भुज आकृति के क्षेत्रफल ज्ञात करने सूत्र के विषय में निम्न श्लोक मिलता है।

समश्रुतौ तुल्यचतुर्भुजे च तथाऽऽयते तद्भुजकोटिघातः।

(लीलावती गणित, क्षेत्रव्यवहारः 225)

अर्थात् समान कर्ण वाले चतुर्भुजाकार आकृति (वर्ग एवं आयत इत्यादि) में लम्बाई (भुज या आधार) एवं चौड़ाई (कोटि) के गुणन करने पर क्षेत्रफल प्राप्त होता है। अर्थात् वर्ग एवं आयत की आकृति में लम्बाई एवं चौड़ाई के गुणनफल से क्षेत्रफल प्राप्त होता है।

क्षेत्रफल की इकाई -

क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए दो समान इकाइयों का गुणा किया जाता है तथा इसकी इकाई, वर्ग इकाई के रूप में लिखा जाता है।

जैसे : से. मी.$\times$ से. मी. = वर्ग से. मी. या (से. मी.)^2

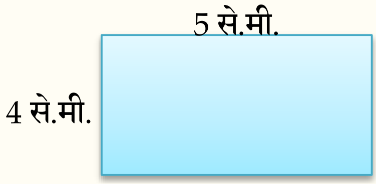
मीटर $\times$ मीटर = वर्ग मीटर या (मीटर)^2

आयत का क्षेत्रफल

आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करने के आयत की लम्बाई तथा चौड़ाई का गुणा करते है।

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई $\times$ चौड़ाई

उदाहरण : एक आयत की लम्बाई 5 से.मी. एवं इसकी चौड़ाई 4 से.मी. है। आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल : दिया है,आयत की लम्बाई = 5 से.मी.

चौड़ाई = 4 से.मी.

हम जानते हैं -

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= 5 से.मी.× 4 से.मी.

= 20 वर्ग से.मी. या 20 (से.मी.)^2

❖ **करो और सीखो :-**

मेरे गाँव के घर की लम्बाई 20 मी. एवं चौड़ाई 10 मी है तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा ?

वर्ग का क्षेत्रफल -

हम वर्ग की आकृति को आसानी से पहचान सकते हैं। वर्ग की लम्बाई एवं चौड़ाई की माप समान होता है।

सूत्र :- **वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा**

या

वर्ग का क्षेत्रफल = (भुजा)^2

उदाहरण : एक वर्ग की भुजा की लम्बाई 12 से.मी. है इस वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

हल : वर्ग की भुजा = 12 से.मी.

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

$=$ 12 से.मी. $\times$ 12 से.मी.

$=$ 12 $\times$ 12 से.मी

$=$ 144 वर्ग से.मी.

या 144 (से.मी.)^2

प्रश्नावली– 11.2

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) आयत का क्षेत्रफल = ...

(I) लम्बाई + चौड़ाई (II) 2 (लम्बाई + चौड़ाई)

(III) लम्बाई × चौड़ाई (IV) 2 (लम्बाई × चौड़ाई)

(ब) वर्ग का क्षेत्रफल = ...

(I) 4 × भुजा (II) 4 + भुजा(III) भुजा × भुजा(IV) इनमें से कोई नहीं

2. आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई व चौड़ाई नीचे दी गई है।

(i) लम्बाई = 6 से.मी. , चौड़ाई = 3 से.मी.

(ii) लम्बाई = 12 से.मी. , चौड़ाई = 4 से.मी.

(iii) लम्बाई = 3 से.मी. , चौड़ाई = 8 से.मी.

3. नीचे दी गई भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(i) 3 से.मी. (ii) 5 से.मी. (iii) 10 से.मी.

4. एक सभाकक्ष की लम्बाई 20 मीटर व चौड़ाई 12 मीटर है इसमें एक दरी पूरी तरह बिछती है तो दरी का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

5. एक वर्गाकार खेल का मैदान जिसकी लम्बाई 15 मीटर है। तो खेल का मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात करें ।

➢ हमने सीखा

1. एक बन्द् आकृति के चारों ओर एक पूर्ण चक्कर लगाने में तय की गई दूरी को उसका **परिमाप** कहते हैं।

2. (i) आयत का परिमाप $= 2 \times$ (लम्बाई + चौड़ाई)

   (ii) वर्ग का परिमाप $= 4 \times$ एक भुजा

3. बन्द् आकृतियों के ही परिमाप एवं क्षेत्रफल ज्ञात किए जाते हैं।

4. बन्द् आकृतियों द्वारा घेरे गये तल के परिणाम को उसका **क्षेत्रफल** कहते हैं।

   (i) आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई $\times$ चौड़ाई

   (ii) वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा $\times$ भुजा

5. परिमाप एवं क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए सभी इकाई समान होना चाहिए।

6. क्षेत्रफल की इकाई –

   जैसे : (i) से.मी. $\times$ से.मी. = वर्ग से.मी. या (से.मी.)^2

   (ii) मीटर $\times$ मीटर = वर्ग मीटर या (मी)^2

भारतीय गणितज्ञों के परिचय एवं उनका योगदान

❖ आर्यभट्ट प्रथम (Aryabhatt-I)

गणितशास्त्र और खगोलशास्त्र के क्षेत्र में आर्यभट्ट प्रथम एक विलक्षण प्रतिभा सम्पन्न युगद्रष्टा के रूप में प्रसिद्ध हैं। इनका जन्म 476 ई० में कुसुमपुर (पटना) में हुआ। इन्होंने 23 वर्ष की अल्पायु में गणितशास्त्र का महत्त्वपूर्ण ग्रन्थ 'आर्यभट्टीयम्' लिखा जो इन्हीं के नाम पर है। इसकी रचना पद्धति वैज्ञानिक है तथा भाषा संक्षिप्त है। ‘आर्यभटीयम्’ चार भाग (पादों) में विभक्त है- 1. गीतिकापाद 2. गणितपाद 3. कालक्रियापाद 4. गोलपाद। इसमें सम्पूर्ण 121 श्लोक हैं। इसके प्रथम दो पादों में मुख्यतः अङ्कगणित, बीजगणित, ज्यामिति और त्रिकोणमिति का वर्णन किया गया है जिसमें वर्णमालाओं के साथ संख्या लिखने की पद्धति, सामान्य एवं द्विघात समीकरण (Quadratic Equations), कुट्टक पद्धति, त्रैराशिक नियम, वर्गमूल, घनमूल, त्रिभुज का क्षेत्रफल, शंकु (Cone), वृत्त-परिधि-व्यास प्रमाण अर्थात् पाई (π) का मान आदि सम्मिलित हैं। शेष दो पादों- (कालक्रियापाद और गोलपाद) में खगोलीय सिद्धान्तों जैसे पृथ्वी का दैनिक भ्रमण, युग, वर्ष, मास, दिवस इत्यादि की गणना एवं ग्रहगति नियम का प्रतिपादन किया गया है। आर्यभट्टीयम् में संख्या लेखन पद्धति की वैज्ञानिकता का उल्लेख निम्न प्रकार है-

वर्गाक्षराणि वर्गेऽवर्गेऽवर्गाक्षराणि कात् ङ्मौ यः।

खद्विनवके स्वरा नव वर्गेऽवर्गे नवान्त्यवर्गे वा।।

स्वर	अ	इ	उ	ऋ	ऌ	ए	ऐ	ओ	औ
वर्ग	10^0	10^2	10^4	10^6	10^8	10^{10}	10^{12}	10^{14}	10^{16}
अवर्ग	10^1	10^3	10^5	10^7	10^9	10^{11}	10^{13}	10^{15}	10^{17}

(आर्यभट्टीयम्, दशगीतिका पाद -2)

वर्ण	अङ्क	वर्ण	अङ्क	वर्ण	अङ्क	वर्ण	अङ्क	वर्ण	अङ्क
क	1	च	6	ट	11	त	16	प	21
ख	2	छ	7	ठ	12	थ	17	फ	22
ग	3	ज	8	ड	13	द	18	ब	23
घ	4	झ	9	ढ	14	ध	19	भ	24
ङ	5	ञ	10	ण	15	न	20	म	25
य	र	ल	व	श	ष	स	ह		
30	40	50	60	70	80	90	100		

स्वरों का मान इस प्रकार हैं-

वर्गमूल की संक्षिप्त पद्धति गणितपाद के पद्य संख्या (4) में वर्णित है। पाई (π) का सूक्ष्म मान 'आर्यभट्टीयम्' के गणितपाद के पद्य संख्या (10) में आर्यभट्ट ने बताया है जो निम्न प्रकार है-

ख्युघृ = ख्‌ +यु + घृ = ख्×उ + य्×उ + घ्×ऌ = $2\times 10^4 + 30\times 10^4 + 4\times 10^6$

$= 2\times 10000 + 30\times10000 + 4\times 1000000$

$= 43{,}20{,}000$

आर्यभट्ट ने ख्युघृ के द्वारा एक युग में सूर्य के भगणों की संख्या 43 लाख 20 हजार बतायी है । इस विधि में बड़ी से बड़ी संख्या कुछ थोड़े से वर्णों में दी जाती है ।

पाई (π) का मान :

चतुरधिकं शतमष्टगुणं द्वाषष्टिस्तथा सहस्राणां । अयुतद्वयविष्कम्भस्यासन्नो वृत्तपरिणाहः ।।

अर्थात् एक महान भारतीय गणितज्ञ आर्यभट्ट (476 – 550) ई.पूर्व में π का सन्निकट मान दिया उन्होंने बताया कि $\pi = \frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}} = \frac{62{,}832}{20{,}000}$ होता है जो लगभग 3.1416 के बराबर होता है ।

प्रस्तुत पाई (π) का मान वैश्विक स्तर पर प्रमाणिक माना गया है। घनमूल की संक्षिप्त सूत्र पद्धति गणितपाद के पद्य संख्या (5) में वर्णित है। आर्यभट्ट ने त्रैराशिक नियम (Rule of tree) का सूत्र गणितपाद के 26 वें पद्य में बताया है। गोलपाद नामक ग्रन्थ में आर्यभट्ट ने बताया कि पृथ्वी अपनी धूरी पर घूमती है। आर्यभट ने ही बताया था कि पृथ्वी सूर्य का चक्कर 365 दिन 6 घण्टे 12 मिनट 30 सेकण्ड में लगाती है।

आर्यभट्ट का यह मानना था कि चन्द्रमा और अन्य ग्रह सूर्य के प्रकाश से चमकते है। आर्यभट ने सूर्यग्रहण और चन्द्रग्रहण की व्याख्या भी की थी। आर्यभट्ट ने बताया कि ग्रहण होने का मुख्य कारण पृथ्वी पर पड़ने वाली या पृथ्वी की छाया होती है। उन्होंने बताया कि सूर्यग्रहण तब होता है जब पृथ्वी और सूर्य के बीच चन्द्रमा आ जाये। तब हमें सूर्य नही दिखाई पड़ता है। चन्द्रग्रहण में सूर्य और चन्द्रमा के बीच मे पृथ्वी आ जाती है। पृथ्वी की छाया चन्द्रमा पर पड़ती है। इससे चाँद दिखाई नही देता है।

'आर्यभट्टीयम्' पर चार टीकायें प्राप्त होती हैं। सर्वप्रथम भास्कर प्रथम ने (629 ई०) में "आर्यभट्टीयम्" पर महाभास्करीय एवं लघुभास्करीय टीकाओं को लिखा है। सूर्यदेवयज्वा ने 'आर्यभट्ट प्रकाश' टीका लिखी है। परमेश्वर (1430 ई०) ने 'भट्टदीपिका' लिखी है। नीलकण्ठ सोमयाजी (1443-1543 ई०) ने 'आर्यभट्टीय भाष्य' लिखा।

❖ **प्रबोध चन्द्र सेनगुप्ता** (1876-1962) :

कलकत्ता के बेथुन कॉलेज में गणित के प्रोफेसर थे। उन्होंने भारतीय गणित और खगोल विज्ञान पर प्रकाश डालने वाले कई लेख लिखे जिसमें यूनानी और भारतीय विधियों की विशिष्ट प्रकृति की तुलना प्रस्तुत किया और यह बताया कि भारतीय विधियाँ यूनानी विधियों से अलग कैसे हैं। उन्होंने आर्यभट्टीयम् (1927) का एक अनुवाद प्रकाशित किया और विस्तृत लेख और उदाहरणों के साथ

खण्डखाद्यका का अनुवाद (1934) किया। बाद में उन्होंने खण्डखाद्यका को प्रथुद्का की टिप्पणी के साथ सम्पादित किया (कलकत्ता 1941)। उन्होंने प्राचीन भारतीय काल क्रम (1947) पर भी लिखा था।

❖ **अट्टिप्पट्टू ए.कृष्णा स्वामी अय्यंगार (1891-1953) :**

पछाई आप्पा कॉलेज, मद्रास से शिक्षित थे और बाद में महाराजा कॉलेज, मैसूर में प्रोफेसर के रूप में काम किया। गणित पर अपने कई प्रकाशित लेखों में उन्होंने भारतीय गणितीय परम्परा के कई तकनीकी पहलुओं को प्रकाशित किया। 1929-42 के बीच प्रकाशित लेखों की एक श्रृंखला में उन्होंने दिखाया कि चक्रवाला प्रक्रिया हमेशा वर्ग प्रकृति के समाधान की ओर ले जाता है और दिखाया कि यह विधि निरन्तर भिन्न तरीकों से कैसे अलग है। उन्होंने यह बताया कि इस बिन्दु पर आंद्रेवेइल ने ध्यान नहीं दिया था, जिन्होंने सोचा था कि भारतीयों की चक्रवाला पद्धति केवल एक 'प्रयोगात्मक तथ्य' थी और फर्मीट और लाग्रेंज निरन्तर भिन्न समीकरण के लिये सामान्य प्रमाण देते हैं।

परिशिष्ट

बड़ी संख्याओं में सङ्क्रियाओं के उत्तर की जाँच बीजाङ्क से

बीजाङ्क :

हम जानते हैं कि 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 ये बीजाङ्क हैं । किसी संख्या का बीजाङ्क ज्ञात करने के लिये उस संख्या के अङ्कों का योग एक अंक प्राप्त होने तक करते हैं ।

4. जोड़ की जाँच :

संख्याओं के बीजाङ्कों के योग का बीजाङ्क = उत्तर का बीजाङ्क होने पर उत्तर सही होगा ।

उदाहरण : योगफल ज्ञात कीजिए।

हल :

	4815	9
	2487	3
+	1904	5
	9206	8

जाँच : संख्याओं के बीजाङ्कों के योग का बीजाङ्क

$9 + 3 + 5 \rightarrow 17 \rightarrow 1 + 7 = 8$

उत्तर का बीजाङ्क $9 + 2 + 0 + 6 \rightarrow 17 \rightarrow 1 + 7 + 8$

अर्थात् उत्तर सही है । दोनों बीजाङ्क बराबर हैं ।

प्रश्नावली 1

1. निम्न का योग कर उत्तर की जाँच बीजाङ्क द्वारा कीजिए।

1.	86 + 84	3.	1545 + 1455
2.	518 + 336	4 .	3978 + 2312

2. **घटाने की जाँच**

इसमें घटने वाली (नीचे की संख्या 3 + 2 + 5 → 10 → 1) संख्या का बीजाङ्क में उत्तर के बीजाङ्क (4 + 5 + 6 → 5 → 6) के योगफल का बीजाङ्क (1 + 6 → 7) ऊपर की संख्या के बीजाङ्क के बराबर (7) है।

उदाहरण 1

		जाँच
	7 8 1	7
−	3 2 5	1
	4 5 6	6

जाँच : (1) घटने वाली (नीचे की) संख्या का बीजाङ्क + उत्तर का बीजाङ्क →

1 + 6 → 7

(2) ऊपर की संख्या का बीजाङ्क → 7

दोनों बीजाङ्क बराबर हैं। अर्थात् उत्तर सही है।

प्रश्नावली 2

1. निम्न प्रश्नों को हलकर (घटाकर) उत्तर की जाँच बीजाङ्क से कीजिए।

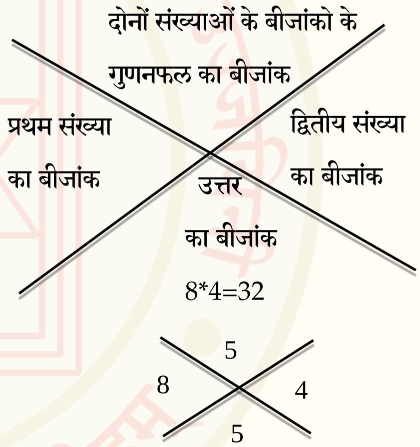
1.	96–82	3 .	3545–1455
2 .	718–336	4 .	5978–2312

3. गुणा की जाँच

(प्रथम संख्या का बीजाङ्क द्वितीय संख्या का बीजाङ्क) से प्राप्त गुणनफल का बीजाङ्क = उत्तर का बीजाङ्क

उदाहरण

$$\begin{array}{r} 413 \times 517 \\ \hline 2891 \\ 4130 \\ 206500 \\ \hline 213521 \end{array}$$



जाँच : 1) प्रथम संख्या का बीजाङ्क × द्वितीय संख्या का बीजाङ्क = प्राप्त गुणनफल का बीजाङ्क

→ $8\times 4 = 32$ का बीजाङ्क → 5

2) उत्तर का बीजाङ्क → 5

दोनों बीजाङ्क बराबर हैं अतः उत्तर सही है।

प्रश्नावली 3

1. गुणनफल ज्ञात कर उत्तर की जाँच बीजाङ्क से कीजिए।

1.	806×745	3.	2032×60
2.	701×499	4.	3891×20

भाग की जाँच :

उदाहरण : $4857 \div 14$

```
           346       भागफल
        ___________
भाजक 14 ) 4857     ←भाज्य
        - 42
         ----
          0650
            56
           ----
           097
            84
           ----
            13  शेषफल
```

जाँच :

भाज्य का बीजाङ्क = (भागफल का बीजाङ्क x भाजक का बीजाङ्क) + शेषफल का बीजाङ्क

6 → (4 x 5) + 4

→ 20 + 4 → 24

→ 6

अर्थात् उत्तर सही है।

प्रश्नावली 4

1. **भाग देकर उत्तर की जाँच बीजाङ्क से कीजिए।**

1) 625 ÷ 125	4) 12005 ÷105	2) 89063 ÷35
5) 26025 ÷1000	3) 96324 ÷205	6) 82845 ÷300

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

द्वारा सञ्चालित एवं प्रस्तावित राष्ट्रीय आदर्श वेद विद्यालय

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

वेदविद्या मार्ग, चिन्तामण, पो. ऑ. जवासिया, उज्जैन - ४५६००६ (म.प्र.)

Phone : (0734) 2502266, 2502254, E-mail : msrvvpujn@gmail.com, website - www.msrvvp.ac.in